

二次近似法とカルマンフィルタを用いた GPS 単独測位アルゴリズム

高田 等* 田中 聖悟** 脇 寿彦** 坂元 均*** 八野 知博*

A GPS POINT POSITIONING ALGORITHM BY USING 2ND-ORDER AND KALMAN FILTERS

Hitoshi TAKATA, Seigo TANAKA, Toshihiko WAKI
Masashi SAKAMOTO, and Tomohiro HACHINO

This paper presents a new estimation approach for the point positioning of GPS(Global positioning system) by using two filters. In order to improve the estimation accuracy, this consists of 2nd-order filter in the early stage of the estimation and then Kalman filter in the remainder stage. Effectiveness of this approach is demonstrated by the experiments by real receiver data obtained at a static point on campus of Kagoshima University.

Keywords: GPS, Point positioning algorithm, Kalman filter, 2nd-order filter

1. はじめに

GPS(Global positioning system: 汎地球測位システム)とは、1970年代に米国国防総省により開発が着手された人工衛星による位置決定のためのシステムである。人工衛星を使用したこのような位置測定手段は衛星航法システムと呼ばれ、夜空を見上げることからはじまった航法のための技術のもっとも発展した姿といえる。航法とは、元来、移動体の時々刻々の現在位置を知ることのほかに目的地までの針路を定める作業やその方法論を含む意味をもつが、このうち位置を測定する

部分が特に測位(positioning)と呼ばれ、狭義の航法はこれを意味することも多い。1978年にプロトタイプ衛星の打上げが開始されたのち、93年頃には24衛星による完成段階を迎えた。GPSの基本的な測位機能は民生用途向けに開放されており、世界中どこでも、誰もが利用できる^{1)~8)}。GPS単独測位は、1個の受信機で、4個以上の衛星からの電波データを解析することにより、受信機の位置を求めるものであり、基本測位の1つである³⁾⁵⁾⁶⁾。単独測位法としては、ニュートン法による逐次近似計算法⁶⁾、最小二乗法⁵⁾⁶⁾、カルマンフィルタ¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾、 H_{∞} フィルタ¹¹⁾¹²⁾などがあるが、各手法特有の問題があり、いまだ十分とはいえない。

本論文では、GPS単独測位の精度を向上させるための手法について考察した。このため、まず非線形関数の2次項を配慮した二次近似法フィルタ(2nd-order filter)⁹⁾をGPS単独測位に適用した。つぎに、二次

2003年8月31日受理

* 電気電子工学科

** (旧) 電気電子工学科

*** (有) 坂元測量調査

近似法フィルタとカルマンフィルタの長所を生かした新しい二次近似カルマン併用型フィルタを提案した。すなわち推定初期段階においては非線形の二次近似法フィルタを用い、次に推定が進み線形近似で満足される後期段階においては、線形のカルマンフィルタに切り替える手法である。

最後に、鹿児島大学キャンパス内の基準点で GPS 観測を実際に行い、本手法を用いて測位計算を行った。他の手法との比較検討を行い、本手法の有効性を確かめた。

2. 問題の設定

GPS 単独測位は 1 個の GPS 受信機で、その受信機位置を測位するものである。衛星と受信機間の距離は、その間の電波の伝播時間を測定し、その値に光速をかけることにより擬似距離 (pseudo range) が得られる。これには受信機内の時計誤差が含まれている。すなわち、受信機の位置座標を (x_0, y_0, z_0) とし、 i 番目の衛星の位置を (x_i, y_i, z_i) とする。受信機の位置と i 番目の衛星との距離 ρ_i は、ピタゴラスの定理によって、

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2} \quad (1)$$

と書き表される。受信機時計誤差 s は

$$s = c \cdot \Delta\delta_i \quad (2)$$

ただし、 $\Delta\delta_i$ は受信機時計の誤差補正量、 c は光速である。この擬似距離は

$$r_i = \rho_i + s \quad (3)$$

と表される。この関係が観測しているすべての衛星について成り立つ。 s は受信機時計誤差による距離への影響量であり、観測するすべての衛星に関して共通である。

各衛星の位置 (x_i, y_i, z_i) は衛星から送られてくる軌道情報により求めることができるので、未知数は受信機の三次元位置座標と時計誤差の 4 つとなる。すなわち、4 衛星からの擬似距離が得られれば、4 つの式が得られ、これを解くことにより未知数を求めることができる。

本単独測位解法としては以下がある。(3) 式の非線形連立方程式をニュートン法の逐次近似計算法で解く。線形化し、最小二乗法やカルマンフィルタなどで解く手法がある。本論文では、測位計算精度を向上させる

ため、二次近似法フィルタとカルマンフィルタを併用した手法について考察する。

3. 最小二乗法

(1)(3) 式の非線形関数について考える。受信機位置の近似値 x', y', z' に対するそれぞれの補正値を $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ とすると、

$$x_0 = x' + \Delta x$$

$$y_0 = y' + \Delta y$$

$$z_0 = z' + \Delta z$$

式 (3) を (x', y', z') の回りでテーラー展開して、2 次以上の項を無視すると次の線形方程式が得られる。

$$r_i = r'_i + \left(\frac{\partial r_i}{\partial x'}\right) \cdot \Delta x + \left(\frac{\partial r_i}{\partial y'}\right) \cdot \Delta y + \left(\frac{\partial r_i}{\partial z'}\right) \cdot \Delta z + s \quad (4)$$

ここで、 r'_i は衛星 i までの距離の近似値であり、

$$\begin{aligned} r'_i &= \sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2} \\ \frac{\partial r_i}{\partial x'} &= \frac{-(x_i - x')}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}} \\ \frac{\partial r_i}{\partial y'} &= \frac{-(y_i - y')}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}} \\ \frac{\partial r_i}{\partial z'} &= \frac{-(z_i - z')}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}} \end{aligned}$$

また、

$$\alpha_i = \frac{\partial r_i}{\partial x'}, \quad \beta_i = \frac{\partial r_i}{\partial y'}, \quad \gamma_i = \frac{\partial r_i}{\partial z'}$$

は、それぞれベクトル x, y, z 方向への射影、すなわち方向余弦になっている。また、 i 番目の衛星からの擬似距離の補正量 $\Delta r_i = r_i - r'_i$ は

$$\Delta r_i = \alpha_i \Delta x + \beta_i \Delta y + \gamma_i \Delta z + s \quad (5)$$

となる。4 つの衛星に対しては 4 つの方程式ができるので行列表現すると、

$$\begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \\ \Delta r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \gamma_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ s \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。ここで、

$$\delta R = \begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \\ \Delta r_4 \end{bmatrix}, \quad \delta X = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ s \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \gamma_4 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

とおくと、式 (6) は

$$\delta R = A \cdot \delta X \quad (8)$$

と表される。したがって、受信機の概略位置を真の位置方向へ寄せるための修正量 δX は

$$\delta X = A^{-1} \cdot \delta R$$

で求められる。次に、この修正量を用いて計算した新しい擬似距離との差 Δr_i を用いて新しい修正量 $\delta X = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, s]^T$ を求めるという操作を繰り返す。 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ が十分小さな値以下になった時点で計算を打ち切る。このとき、 s は一定値に収束する。この計算式は数回の反復計算をすれば実用上十分の精度で収束する。また、天空に単独測位に必要な 4 個以上の多数の衛星が見えているときは、利用できる限りの衛星を同時に受信して測定精度を高めることも可能である。このときは最小 2 乗法を用い、

$$\delta X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot \delta R \quad (9)$$

となる。

4. フィルタ理論

4.1 システム方程式

制御対象として 次の状態方程式と観測方程式で表されるシステムを考える。

$$x_{t+1} = F_t x_t + G_t w_t, \quad (10)$$

$$y_t = H_t x_t + v_t. \quad (11)$$

ここで、 x_t は n 次元状態ベクトル、 y_t は p 次元観測ベクトルである。 w_t は状態ノイズベクトル、および v_t は観測ノイズベクトルで、それぞれ m 次と p 次のガウス白色雑音ベクトルである。 F_t は遷移行列、 G_t は駆動行列、 H_t は観測行列で、それぞれ $n \times n$ 、 $n \times m$ 、 $p \times n$ 次元行列である。 w_t と v_t の平均値は 0、共分散行列は、

$$E \left\{ \begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_t^T & v_t^T \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} Q_t & 0 \\ 0 & R_t \end{pmatrix} \delta_{ts}, \\ R_t > 0, Q_t \geq 0$$

であり、

$$E \{ w_t x_t^T \} = 0, E \{ v_t x_s^T \} = 0, t \leq s$$

と仮定する。

例えば、受信機固定の単独測位の場合においては、システムが以下となる。受信機の位置座標と時計誤差を (1)(2) 式から $x_t = [x_0 \ y_0 \ z_0 \ s]^T$ とおく。また (4)(7) 式において、時刻 t のとき x' に対し $x'_t = \hat{x}_{t/t-1}$ を代入した

$$\begin{aligned} y_t &= r_{i,t} - r'_i|_{x'_t = \hat{x}_{t/t-1}}, \\ H_t &= A|_{x'_t = \hat{x}_{t/t-1}} \end{aligned} \quad (12)$$

を用いれば、(10)(11) 式が

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t \\ y_t = H_t x_t + v_t \end{cases}$$

となる。すなわち、 $F_t = I$ 、 $G_t = 0$ である。

4.2 カルマンフィルタ

カルマンフィルタは線形システム (10)(11) 式に対する状態推定法である。本離散時間確率システムに対するカルマンフィルタは、次の (a)～(d) で与えられる。

(a) フィルタ方程式

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t+1/t} &= F_t \hat{x}_{t/t}, \\ \hat{x}_{t/t} &= \hat{x}_{t/t-1} + K_t [y_t - H_t \hat{x}_{t/t-1}], \\ t &= 0, 1, \dots \end{aligned}$$

(b) フィルタゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t]^{-1},$$

(c) 推定誤差共分散行列

$$\begin{aligned} P_{t+1/t} &= F_t P_{t/t} F_t^T + G_t Q_t G_t^T, \\ P_{t/t} &= P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1}, \\ t &= 0, 1, \dots \end{aligned}$$

(d) 初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, P_{0/-1} = \Sigma_0.$$

4.3 二次近似法フィルタ

二次近似法フィルタは、非線形項を考慮した拡張カルマンフィルタとすることができる。カルマンフィルタと同様に、状態方程式と観測方程式から構成されて

いる。非線形項 π と L をカルマンフィルタのフィルタ方程式、およびフィルタゲインと推定誤差共分散行列に単に追加するだけで非線形 2 次項が考慮できる極めて単純で有効な手法である⁹⁾。

離散時間確率システムに対する二次近似法フィルタは、次の (a)~(d) で与えられる。

(a) フィルタ方程式

$$\begin{aligned}\hat{x}_{t+1/t} &= F_t \hat{x}_{t/t}, \\ \hat{x}_{t/t} &= \hat{x}_{t/t-1} + K_t [y_t - H_t \hat{x}_{t/t-1} - \pi_{t/t-1}], \\ t &= 0, 1, \dots\end{aligned}$$

(b) フィルタゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t + L_t]^{-1},$$

(c) 推定誤差共分散行列

$$\begin{aligned}P_{t+1/t} &= F_t P_{t/t} F_t^T + G_t Q_t G_t^T, \\ P_{t/t} &= P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1}, \\ t &= 0, 1, \dots\end{aligned}$$

(d) 初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0.$$

ただし、

$$\begin{aligned}\pi_{t/t-1} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \phi_j \text{tr} [H_{tt}^j P_{t/t-1}], \\ L_t &= \sum_{i,j=1}^m \phi_i \phi_j^T [L_t]^{ij}, \\ [L_t]^{ij} &= \frac{1}{2} \text{tr} [H_{tt}^i P_{t/t-1} H_{tt}^j P_{t/t-1}]\end{aligned}$$

である。このとき、 m は捕捉衛星数、 H_{tt}^j は観測式 r_j についての 2 階微分の行列、 ϕ_j は基底ベクトルであり以下で定義されている。

$$H_{tt}^j = \frac{\partial^2 r_j}{\partial x' \partial x'^T} \Big|_{x' = \hat{x}_{t/t-1}} \quad (13)$$

$$\phi_j = [0 \cdots 1 \cdots 0]^T. \quad (14)$$

4.4 H_∞ フィルタ

H_∞ フィルタは、最悪外乱に対する推定誤差を最小とするので、雑音の特性の変化やモデル誤差などに対して、ロバストであることが知られている。 H_∞ フィルタはカルマンフィルタのある種の拡張と考えること

が出来る。離散時間確率システムに対する H_∞ フィルタは、次の (a)~(d) で与えられる。

(a) フィルタ方程式

$$\begin{aligned}\hat{x}_{t+1/t} &= F_t \hat{x}_{t/t}, \\ \hat{x}_{t/t} &= \hat{x}_{t/t-1} + K_t [y_t - H_t \hat{x}_{t/t-1}], \\ t &= 0, 1, \dots\end{aligned}$$

(b) フィルタゲイン

$$K_t = P_t H_t^T [H_t P_t H_t^T + R_t]^{-1},$$

(c) 推定誤差共分散行列

$$\begin{aligned}P_{t+1} &= P_t \Psi_t^{-1} + G_t Q_t G_t^T, \\ \Psi_t &= I + [H_t^T H_t - \gamma^{-2} I] P_t, \\ t &= 0, 1, \dots\end{aligned}$$

(d) 初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0.$$

5. 実験

5.1 実験データ

2002 年 10 月 8 日に、鹿児島大学工学部電気電子棟屋上の基準点で GPS 観測を行った。基準点を WGS-84 系座標で表すと、

$$\begin{aligned}x &= -3535582.7664(\text{m}), \\ y &= 4233321.4099(\text{m}), \\ z &= 3320002.2511(\text{m})\end{aligned}$$

である。本節では、この GPS 観測データを用いて 4 節で述べたフィルタ理論より測位計算を行い、その推定値と真値の誤差を比較検討する。各フィルタのパラメータ値を

$$\text{状態雑音 } Q_t = 0.0001,$$

$$\text{観測雑音 } R_t = 0.01,$$

$$\gamma = 150,$$

$$\bar{x} = 0,$$

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} 25 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

とした。ただし、 γ は H_∞ フィルタのみ使用する。また、遷移行列 F_t は基準点を固定しているため

$$F_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる。これらの各パラメータ値は工学的に妥当と思われるものを試行錯誤的に求めたものである。

5.2 既存フィルタによる結果

2002年10月8日のGPS観測データを用いた各種フィルタの真値からの推定誤差結果を図-1と図-2に示す。すなわち二次近似法フィルタ(2nd-order)、カルマンフィルタ(Kalman)、および H_∞ フィルタ(H_∞ filter)の結果である。

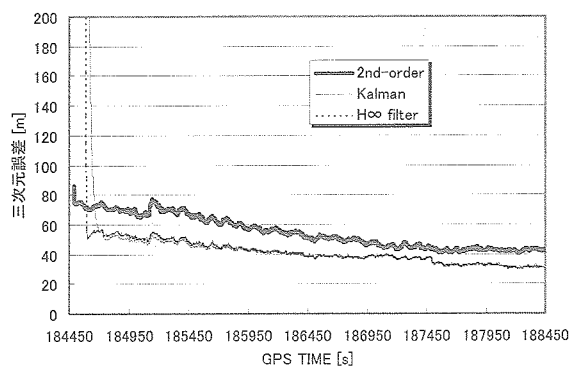


図-1 推定誤差 1

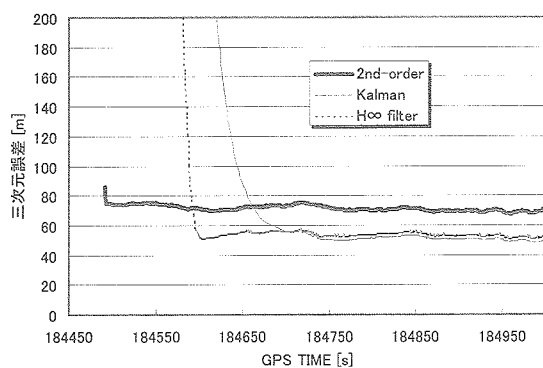


図-2 推定誤差 1 の拡大図

また、各フィルタの三次元誤差の最小値を表-1に示す。

以上の結果により、二次近似法フィルタを用いた場合が初期推定段階において収束が早く、カルマンフ

ィルタを用いた場合が後期収束点近傍段階において推定精度の良いことが確認できた。以上の結果を踏まえて、次のフィルタを提案する。

表-1 各フィルタの最小値

カルマンフィルタ	H_∞ フィルタ	二次近似フィルタ
29.44[m]	30.46[m]	40.63[m]

6. 二次近似カルマン併用型フィルタ

上記実験結果より、GPS単独測位において、推定精度ではカルマンフィルタが、収束面では二次近似法フィルタが有効であることを確認できた。本節では、二つのフィルタの特徴を考慮し、初期収束段階で二次近似法フィルタを用いて、後期収束段階でカルマンフィルタに移行する手法について考察する。推定段階で二次近似法フィルタからカルマンフィルタへ移行する際、予め移行条件(Transfer condition)を定める必要がある。本研究では、移行条件を定める際の観測量として、推定段階で逐次得られる推定値の修正量 δX に着目した。一般的にGPSによる測位点の分布は十分な時間を掛けて多くのサンプルを取った場合、ほぼ正規分布に従うことが確認されている。そこで、推定する際に得られる推定値の修正量 δX もほぼ正規分布に従うであろうと仮定して移行条件を定めた。移行条件を満足するための基準値の設定にあたっては、標準偏差(σ), (2σ), (3σ)より小さい修正量が生じる確率はそれぞれ68.27%, 95.45%, 99.73%であることに着目した。2002年10月8日、2003年1月20日、1月21日の観測データに対し、全プロットの68.27%, 95.45%, 99.73%が存在する修正量の値を表-2に示す。

表-2 各観測データの修正量

	68.27%	95.45%	99.73%
10月8日データ	0.793m	1.489m	2.57m
1月20日データ	1.14m	2.258m	10.0m
1月21日データ	1.286m	2.63m	7.0m
平均値	1.073m	2.126m	6.58m

GPS単独測位における位置推定では、衛星の幾何学的位置配置(DOP)、気象条件などにより推定精度の

劣化が生じることがある。これらのことは、表-2の修正量の違いからもGPSが観測日時によって、DOPや気象条件などにより受ける影響が違えることが確認できる。また図-1から、GPSの位置推定においては、初期収束段階、衛星の個数の変化で位置の推定座標が大きく変動することがあっても、それ以外では多少外乱の影響を受けるもののほぼ収束していることが分かる。以上より、本研究では、移行条件の基準値の設定に対し、3個の観測データより全プロット数の99.73%が存在する修正量の平均値6.58mを用いた。ただし、瞬時的な大きな外乱の影響を考慮して、観測データの修正量の5秒間平均値が6.58mより下回れば二次近似法フィルタからカルマンフィルタに移行させるものとする。すなわち、移行条件を

$$PI = \frac{1}{T/\Delta} \sum_{\tau=t-T/\Delta}^t |\delta X_{\tau}| = \frac{\Delta}{T} \sum_{\tau=t-T/\Delta}^t |\hat{x}_{\tau/\tau} - \hat{x}_{\tau-1/\tau-1}| < \epsilon$$

とした。ただし、 $\Delta = 1$ 秒 (サンプリングタイム)、 $T = 5$ 秒、 $\epsilon = 6.58$ である。

離散時間確率システムに対する二次近似カルマン併用型本フィルタは、次の(a)~(d)で与えられる。

(a) フィルタ方程式

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t+1/t} &= F_t \hat{x}_{t/t}, \\ \hat{x}_{t/t} &= \hat{x}_{t/t-1} + K_t [y_t - H_t \hat{x}_{t/t-1} - \tilde{\pi}_{t/t-1}], \\ t &= 0, 1, \dots \end{aligned}$$

(b) フィルタゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t + \tilde{L}_t]^{-1},$$

(c) 推定誤差共分散行列

$$\begin{aligned} P_{t+1/t} &= F_t P_{t/t} F_t^T + G_t Q_t G_t^T, \\ P_{t/t} &= P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1}, \\ t &= 0, 1, \dots \end{aligned}$$

(d) 初期条件

$$\hat{x}_{0/-1} = \bar{x}_0, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0.$$

(e) 移行条件

$$PI = \frac{\Delta}{T} \sum_{\tau=t-T/\Delta}^t |\hat{x}_{\tau/\tau} - \hat{x}_{\tau-1/\tau-1}| < \epsilon$$

ただし、

$$\tilde{\pi}_{t/t-1} = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \phi_j \phi_j^T \text{tr} [H_{tt}^j P_{t/t-1}] & \text{if } PI \geq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\tilde{L}_t = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \phi_j \phi_j^T \text{tr} [H_{tt}^j P_{t/t-1}] & \text{if } PI \geq \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

図-3と図-4に2002年10月8日のGPS観測データを用いた本手法(NEW)の実験結果を示す。図-3と図-4のグラフにおいて、観測開始から11秒後に二次近似法フィルタからカルマンフィルタに移行していることが分かる。比較のため、二次近似法フィルタ(2nd-order)とカルマンフィルタ(Kalman)単独による推定結果も同時に示す。

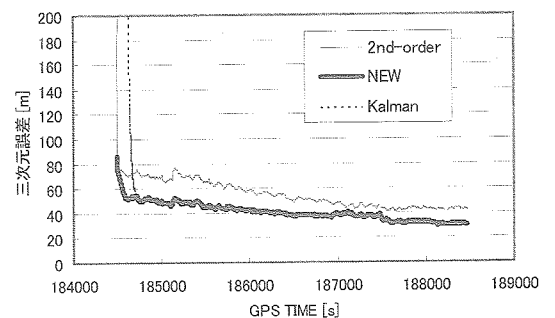


図-3 推定誤差 2

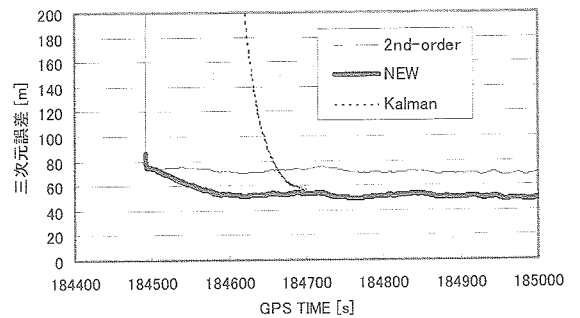


図-4 推定誤差 2 の拡大図

以上の結果より、二次近似法フィルタとカルマンフィルタを併用させた本手法は、カルマンフィルタや二次近似法フィルタを単独で用いた場合と比べて、収束面、推定精度ともに良好な結果であることが分かる。

7. あとがき

以上GPS単独測位において、初期収束段階で二次近似法フィルタを用い、後期収束段階でカルマンフイ

ルタに移行する二次近似カルマン併用型フィルタについて考察した。移行するための移行条件として、推定位置の修正量に着目し、標準偏差評価基準を適用した。2002年10月8日のGPS観測データを対象に実験を行った結果、本フィルタは、従来のカルマンフィルタや二次近似法フィルタを単独で用いた場合と比べて、収束面、推定精度ともに良好な結果を得ることができた。なお、表-2の3個の観測データを比較すると推定位置の修正量にばらつきがある。ばらつきの原因としてはその時の気象条件や観測している衛星個数の変化などが考えられる。様々な状況に対応できるようにするために、もっと多くの観測データに対し、実験と解析を行い、検討していく必要がある。

今後の課題としては、本フィルタにおける最適な状態雑音と観測雑音の設定方法の検討、二次近似法フィルタからカルマンフィルタへの移行条件の検討などがある。

参考文献

- 1) 日本測地学会：「GPS：人工衛星による精密測位システム」，日本測量協会，1986
- 2) 土屋淳，今給黎哲郎：「GPS 測量と基線解析の手引」，日本測量協会，1994
- 3) 村田正秋，張替正敏：「GPS の基礎と航空航法への応用」，計測と制御，Vol.33, No.5, pp.406-414,1994
- 4) 土屋淳，辻宏道：「GPS 測量の基礎」，日本測量協会，1995
- 5) 佐田達典：「GPS 基礎講座 単独測位」，測量，pp.42-45, Nov., 1999
- 6) 安田明生：「GPS の測位原理」，GPS シンポジウム'99, 日本航空学会 GPS 研究会, pp.191-234, 1999
- 7) 久保幸弘，伊藤晶彦，杉本末雄：「GPS 干渉測位における H_{∞} フィルタを用いた整数値バイアスの推定」，電気学会論文誌 C, Vol.120, No.11, pp.1644-1651,2000
- 8) 杉本末雄，久保幸弘，熊谷秀雄：「GPS 測位アルゴリズムと推定・検定理論」，システム/制御/情報，Vol.46, No.5, pp.276-285, 2002
- 9) 熊丸耕介：「関数学習を伴うシステム同定と制御に関する研究」，博士論文，九州大学工学部，1972
- 10) 有本卓：「カルマン・フィルター」，産業図書，1977
- 11) 片山徹：「応用カルマンフィルタ」，朝倉書店，2000
- 12) 西山清：「最適フィルタリング」，培風館，2001