貯蔵弾信頼度評価の数学手法（その１）

長谷　光敏*　弓　直利*　永田　博巳*　高田　強*

本稿は、当社が手がけるミサイルの貯蔵信頼度評価のための数学手法を解説するものである。
ミサイルに関する貯蔵信頼度評価業務は、主として以下の要素から構成されている。
ア．　各契約年次に製造されたミサイル・ロットの貯蔵期間に渡る信頼度の評価と予測
イ．　貯蔵弾の機能・性能の経年変化状況の分析と予測、特に不具合発生時期の予測
ウ．　異なる年次に製造されたミサイル・ロット間の統計的特性の比較分析
本稿は、貯蔵信頼度評価の数学手法（その１）として、ア項のミサイル・ロットの信頼度の評価と予測について紹介する。

１．ミサイル整備の変化

ミサイルが有効に機能するためには、そのシステムを構成する各部分が正常に機能することが必要であり、そのために、システムの構成部分に対して整備を行って、必要な信頼度を確保することが行われる。

ミサイルの関連機器全体を１つのシステムとして捉えると、その構成部分は

ア．　ミサイル本体

イ．　地上（または、艦上、機上）器材

の２つの部分に大別される。地上器材は、レーダー、計算機、通信器材、ランチャー等から構成される。地上器材は、大型の車両の形を取っており、自走または牽引により移動可能である。また、艦上器材、機上器材はそれぞれ、ミサイルを搭載する艦船や航空機内に組み込まれている。

ミサイル・システム全体の信頼度は、各部分の信頼度の積として定まるので、システムが所望の信頼度を確保するには、構成部分はさらに高い信頼度を持たなければならない。

ここで、信頼度というのは、ミサイルを射撃した際に、ミサイルがその飛しょう時間に渡って、正常に機能する確率、即ち任務の達成率を意味している。

ただし、ミサイルが飛しょうの結果、最終的に目標を撃墜するか否かはミサイルの信頼度以外にも、ミサイルの機能・性能、目標の種類や運動状態、電波的環境、等が関連しており、ミサイルの信頼度のみにて定まるものでは無いが、ミサイルの信頼度は、最終的な撃墜確率を確保するための、重要な一つの要素であると言うことができる。

ミサイル・システムの構成部分の中で、地上器材については、定期的に整備が実施され、その信頼度に関する評価が常時行われるというのが一般的であり、器材自体も整備点検が容易な設計になっている。地上器材についても、技術の高度化と複雑化のために、部隊における整備は機器の交換などの簡単なものへと移行しているが、整備の考え方として、ミサイル本体に見られる程の大きな変化は起こっていない。

ミサイル本体については、その整備の考え方は変化しつつあり、新旧の２つの考え方がある。

ア．貯蔵したミサイルを射撃のためにランチャーに搭載する時点で整備する。
　従って、整備は射撃する全弾を対象とすることになる。

イ．製造後ミサイルを密閉貯蔵し、貯蔵期間中にミサイルの整備を実施せずに、密閉状態のままランチャーに搭載し、射撃する。
　従って、各ミサイルは製造時に試験を受けた後、整備無しで射撃される。

現時点でも、ア項の考え方に基づいて整備を受けるミサイルが大半であり、イ項の考え方を取るものはまれであるが、ミサイルの設計も高度化、複雑化し、部隊において整備を行うことが難しくなっているため、今後、イ

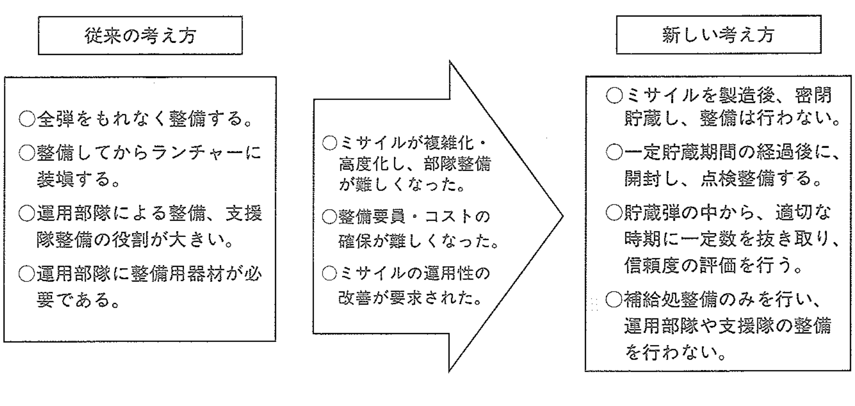

図1．ミサイル整備思想の変化

＊鎌倉事業所第一技術部

項の考え方を取るものが増えてくるものと考えられる。

特に長射程のミサイルの場合には、システムの規模が大きくなるため整備・点検に要する器材や人員のコストが大きい、ランチャーにミサイルを搭載したままの状態で運用する時間が長い、遠隔地に展開する機会が多い、等の理由により、この整備の考え方の変化が進んでいる。

製造後、ミサイルを密閉貯蔵し、密閉したまま整備無しで射撃するといっても、貯蔵の間にはミサイルも構成品の経年変化から機能・性能が変化して、場合によっては射撃した時点で所望の信頼度（任務の達成率）を満足できない事態も想定される。

この様な問題を避けるため、密閉貯蔵中のミサイルが所望の信頼度を維持しているかを確認し、射撃に耐えうることを保証することが必要である。

また、密閉貯蔵の状況をモニターして、貯蔵の限界期間を明らかにすることも必要である。貯蔵の限界期間を過ぎたミサイルは、開封して整備点検を行い、劣化した部分を交換する等の再生の処置が必要になる。

以上の、貯蔵中のミサイルの信頼度状況のモニター、今後の信頼度の推移の予測、そして、貯蔵限界期間の検討を目的として、貯蔵中のミサイルを一定数抜き取って、その貯蔵状態の評価を行う活動が実施される。

2．信頼度の経年変化

第１節に述べた、貯蔵中のミサイルの抜き取り検査による信頼度評価の実行方法に関する検討に移る前に、貯蔵中のミサイルの信頼度の経年変化がどの様にモデル化されるかを述べる。

ミサイルは契約年度毎に同一の部品を使用して同一の製造プロセスにより製造される。

契約年度が異なれば、使用する部品が異なったり、設計そのものに変更が加えられることがあるため、信頼度の統計分布を考える上で、別の集団として捉えなければならない。

この、契約年度毎に製造されたミサイルを一つの集団として捉えた時に、各集団をロットと呼ぶ。

なお、同一の年度であっても、製造メーカーが異なったり、納入後の貯蔵の環境が大きく異なる様な場合には、それぞれを異なる集団として扱うことが必要になる。

ミサイルは、製造後、メーカーにより全弾が入念な試験を受けてその機能・性能が確認され、その試験に合格した後に納入される。従って、製造時（納入時）には、ミサイルは100％の信頼度を持つと想定することができる。

ミサイルの構成部分の中には、貯蔵期間の間に機能・性能の経年変化が避けられない部分があり、製造後、年数が経過するに従って、ミサイルの信頼度はその経年変化につれて徐々に低下していく。

その信頼度の低下の状況を次の関数形式で近似する。

$$R(t)=e^{-\lambda t} \tag{1}$$

Rは各時点におけるミサイルの信頼度、tは製造からの経過年数、eは自然対数の底、λはミサイルのMTTF（平均故障寿命、単位は年）の逆数（$\lambda=1/\mathrm{MTTF}$）である。

すなわち、一定の時係数に従って減衰するなだらかなカーブとなる。

ミサイルの信頼度に関してこの様な数学モデルを適用する背景としては、ミサイルの故障発生頻度（λ）が、貯蔵期間を通じてほぼ一定であることを前提としている。

密封貯蔵中のミサイルは(1)式の指数分布モデルに従って信頼度が低下するが、その信頼度が一定値以下に低下する前のある時期に、全弾を開封して整備・点検と不良部分の交換を行い、信頼度を100％に回復することは、第１節に述べた通りである。

なお、ここで指数分布モデルという言葉を使用したが、数学的な意味で正確には、指数分布に従うのは、先に述べたMTTFの分布であり、その密度関数式は$\lambda e^{-\lambda t}$である。

MTTFの密度関数を０（製造年）から、ある時刻まで積分した値はその時刻までの故障率を与える。

信頼度は、１から故障率を差し引いた値であるので、下式で与えられる。

$$R(t)=1-\int_0^t \lambda e^{-\lambda t}\,dt=e^{-\lambda t}$$

一般に、寿命の数学モデルとして、(1)式に述べた指数分布モデルの他にも、ワイブル分布によるモデル（故障

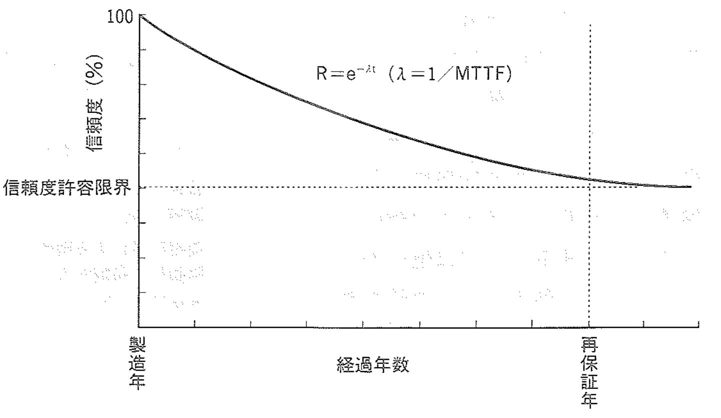

図2．指数分布に基づく貯蔵弾信頼度の経年変化

発生頻度が上昇することを想定するモデル)、バスタブモデル（故障発生頻度の傾向が時期によって変化することを想定するモデル）が使用されるが、ミサイルに関しては、サンプル・ミサイルによる貯蔵試験や加速試験の結果、この指数分布モデルが使用されている。

第1節で述べたように、システム全体としてのミサイルの信頼度は本体と地上器材への信頼度の割り当て方によって変わるものである。また、1つの目標に対して複数のミサイルを発射する様な場合には、ミサイルに要求される信頼度は並列系として評価されることになるので、結果として、個々のミサイルに対する信頼度の割り当ては緩和される。

貯蔵の最終時点でミサイルが確保すべき信頼度は、以上の様なミサイル・システムの運用の考え方から定まるものであり、ミサイルの信頼度を評価し予測する立場からは、与えられたものと考えて、その信頼度を満足するかを検証する方法を考える。

3. 抜き取り検査の考え方

ミサイルの貯蔵期間に渡る信頼度を確実に評価するための簡単な方法は、貯蔵期間を通じて短い間隔で繰り返し、多くのミサイルを抜き取って検査すれば良いことは明らかである。

その一方で、抜き取り検査を行うには、密封されたミサイルを開封し、検査し、その後再度密封するなどの手間に要するコストは大きく、いたずらに抜き取り検査の実行回数を多くしたり、抜き取るミサイル数を多くすることはできない。

以上の理由から、抜き取り検査の実行回数と抜き取るミサイル数をできる限り小さくして、必要な信頼度を確認する方法の検討が必要になる。

3.1 抜き取り検査の母集団

抜き取り検査の対象範囲は、機能・性能・信頼度の各特性が同一の条件の元にあると見なせる集団であることが必要である。

第1節で述べたように、ミサイルは、毎年、ロットという単位で生産されており、同じロットに属する弾については、設計、製造部品、製造方法、が同一であるので、均一な品質を持つ集団として考えることができる。逆に、ロットが異なれば同一の集団と考えることは難しいので、別個に抜き取り検査を行うことが必要になる。

3.2 仮説検定と信頼水準

ロットの信頼度の評価として、例えば10発をロットから抜き取り検査し、1発が不良、その他が良とした場合に、直感的にはロットの信頼度は、90%とするのが自然であろう。ただ、抜き取ったミサイルが母集団の中の、良弾または不良弾のどちらか一方にたまたま偏った結果、10発中1発の不良という結果に成ったのであって、ロットの良弾、不良弾の割合がこれと大きく異なるのではないか、という不安は残る。

そのために、統計学の信頼水準に基づく仮説検定という考え方をミサイルの抜き取り検査に導入し、ロットの信頼度評価を確実なものとする。

ここで、検定すべき仮説とは、次のものである。

『抜き取り検査実施時点のミサイル・ロットの信頼度が○○%以上である』

これは、片側検定と呼ばれる仮説検定である。

ここで、○○%は信頼度に対する要求値である。

この仮説の検定における信頼水準（α）の役割とは、

『サンプリング試験の結果から、仮説を誤って採択（または棄却）する確率を一定値（$1-\alpha$）以下に押さえる』

ということである。なお、$1-\alpha$を危険率と呼ぶ。

即ち、信頼水準は抜き取り検査結果の確かさを評価する目安となるものである。

本稿において後に示すが、信頼水準を高く設定すれば、抜き取り検査の結果はより確かになるが、抜き取り数は増加し、検査のコストは上昇する。

この信頼水準の設定は、過去の各種の品質管理活動の実績やコストの制約を勘案することにより行うものであって、理論的に一意に最適値が定まるものではない。

10発抜き取った結果、1発が不良である場合の信頼度を、80%の信頼水準で評価するケースを事例として取り上げて、信頼度の求めかたを解説する。

ロットの真の信頼度をX（Xは0～1の範囲の値）とすると、10発抜き取って、不良が1発以下（不良：無し、または、1発のみ）となる確率は次の様になる。

$$X^{10}+{}_{10}C_1\cdot X^9\cdot(1-X)$$

上式において、${}_{10}C_1$は10個の中から1個を選ぶ際の場合の数である。

危険率は、0.2(=100%−80%）であるので、

$$0.2=X^{10}+{}_{10}C_1\cdot X^9\cdot(1-X) \tag{2}$$

とおいて、Xを解くと、

$$X=0.73$$

Xがこの値よりも小さくなると、(2)の右辺は0.2よりも小さくなる関係にあり、これは、ロットの信頼度が73%未満であれば、10発中の故障弾が1発以下になる確率が20%未満になることを示している。これを言い換えると、ロットの信頼度が73%未満であれば、80%以上の確率で、2発以上の故障弾が発生するということである。

以上から、10発のサンプルの中で、1発が不良である場合に、信頼水準80%でロットの信頼度は、73%以上で

あると結論できることになる。

ミサイルに対する信頼度の要求は、先に述べた様に運用上の必要から定まるが、その要求が73%以下であれば、上の結果で十分である。

要求が、評価結果よりも高いとしても、抜き取り検査の結果は信頼度が73〜100%の範囲にあることを述べているだけなので、そのロットが不良であると言うことはできない。

その場合には、抜き取り弾数を増やして評価の範囲を狭めることが必要になる。

一般的に言って、ミサイルのロットのサイズはかなり大きく、また、ミサイルの抜き取り検査の弾数は、種々の制約によりかなり限られた範囲内で行うため、以上の事例の様に2項分布に従って検討すれば十分なことが普通である。

3.3 抜き取り検査の実施時期

抜き取り検査において計画するべきことには、抜き取る弾数の他に、抜き取り検査の実施時期をいつにするかということがある。

ミサイルの貯蔵期間は、かなり長いものとなるので、そのいつの時期に試験を行うかが重要である。毎年実施することが望ましいのは事実ではあるが、種々の制約から実際には難しい。

ロットの貯蔵期間内に1度限り抜き取り検査を実施するものとした場合には、その最適な時期は、貯蔵期間内の中間年近辺とされている。

その理由としては、製造年近辺では、機能・性能の経年劣化が顕著でないため抜き取り検査の結果から有益な情報を得難いため、また、貯蔵期間の末年近辺では抜き取り検査の結果信頼度に関する評価が確定し、その結果、何らかの処置を講ずる必要が起こっても、対策を打つための時間の余裕が無いためである。

以上の理由から消去法により、貯蔵期間の中央年の近辺が適切とされている。

抜き取り検査を同じロットに対して複数回に渡って実施することが可能な場合にも、同様に、貯蔵期間の中間年近辺を含む様に計画することが望ましい。

また、同じロットに対して繰り返し抜き取り検査を実施した場合には、後に述べる様に、それらの検査結果を総合して評価することにより、信頼度の評価精度を改善することができる。

4. 信頼度の予測

信頼度は、経年的に第2章(1)式に示した指数カーブに従って減衰していくものと考えられる。従って、ある時点の信頼度を推定することができれば、その後の信頼度の予測を指数カーブに基づいて実施することができる。

3.2節において、抜き取り検査の結果、10発中1発の不良が発生した場合の信頼度を信頼水準80%で評価し、信頼度は73%以上であるという結論を得た。

この抜き取り検査が製造年から5年後に実施されたものとすると、第2章の(1)式から

$$e^{-\lambda \cdot 5} >= 0.73$$

であることが判る。

この式を解くと、

$$\lambda <= 0.63$$

となり、このλにより定まる指数カーブが、ロットの信頼度の経年変化の下限を与えることになる。

一例として、10年後のロットの信頼度を予測すると、

$$e^{-\lambda \cdot 10} >= e^{-0.063 \cdot 10} = 0.53$$

となり、53%以上という結果が得られる。

この推定範囲は、53〜100%ということであるから、この結果を持って、ロットの信頼度が不十分であるとは、直ちに結論できないが、ロットの信頼度の保証範囲としては、下限が低すぎる。抜き取り試験のサンプルを追加するか、あるいは、数年後に再び抜き取り検査を実施して、信頼度の推定と予測をあらためて行う必要があることが判る。

5. 抜き取り弾数の検討

抜き取り検査に供する弾数は、次の要素によって左右される。

ア. ロットに対して要求する信頼度（下限値）

イ. 信頼度の推定方法

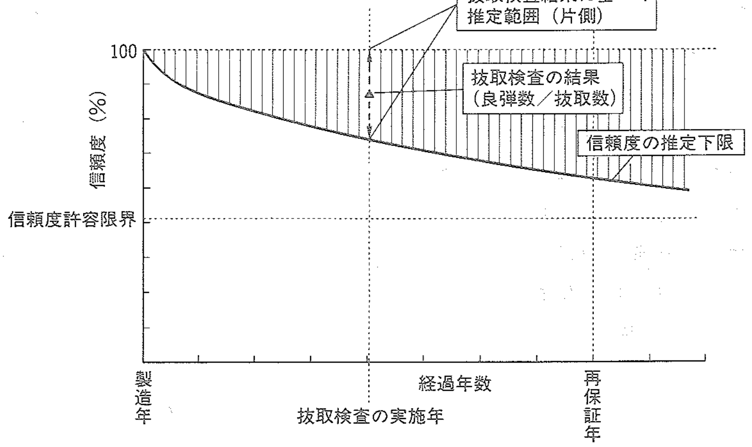

図3. 抜取検査に基づく貯蔵弾信頼度の推定ならびに予測範囲

ウ．　信頼水準の設定値

エ．　抜き取り検査において許容する故障弾数

信頼度の下限値が同じであっても、抜き取り検査において許容する故障弾の数を少なくすれば、抜き取り弾数を少なく計画することができる。

極端には、許容する故障弾数を0として抜き取り検査を計画することもできるが、抜き取った弾の全てが良弾となることは、ロットの真の信頼度が高いとしても、容易なことではない。従って、故障弾が発生した時に抜き取り弾数を追加するなどの便法を考慮する必要がある。

5.1　信頼度下限推定のための抜き取り弾数

事例として、信頼水準：80%でロットの信頼度が80%以上であることを検証する。

抜き取り検査結果における故障弾の許容数は0とする。

80%の信頼度のロットから、n発の弾を抜き取って、全弾が良となる確率の計算式は、

$$0.8^n$$

となる。これが、0.2（＝100%－80%）に等しいとすると

$$0.8^n = 0.2 \tag{3}$$

より、

$$n = 7$$

となる。

さらに、ロットの信頼度が80%（0.8）以下であれば、7発が良である確率は0.2（20%）以下となる。これを言い換えれば、『7発をロットから抜き取り全弾が良であれば、信頼水準80%で、ロットの信頼度は80%以上である。』ということができる。

以上の考え方により、各信頼度の要求値と信頼水準の設定値に対して、抜き取り検査すべき弾数を計算することができる。

表1に、抜き取り検査において許容する不良弾数が0であるとして、計算した抜き取り弾数を各信頼水準、信頼度に対応して算出した結果を示す。

不良弾の許容数を0以外の値とした場合の計算も同様にできるので、省略する。

不良弾の許容数を0として、信頼度の下限を推定する方法は、抜き取り弾数を比較的小さくすることができるが、先程の例（信頼度：80%以上、信頼水準：80%で抜き取り弾数：7）を考えると、仮に、ロットの真の信頼度が90%あるとしても、この抜き取り検査をパスする確率はかなり小さなものとなる。

実際、

$$0.9^7 = 0.48 (=48\%)$$

であるから、抜き取り検査の結果、信頼度80%以上と判断される確率は五分五分というところである。つまり、十分に高い信頼度を持つロットであっても、抜き取り検査にパスできないケースが多く発生するということであり、これは抜き取り検査方法として好ましいものではない。

このため真に良いロットが、抜き取り検査に不合格になる確率を考慮した検査方法を考えることにする。

5.2　第2種の誤りと抜き取り弾数

5.1節では、真の信頼度の低いロットが、抜き取り検査の結果、所要の信頼度を持つと誤り評価される（過大評価）確率が危険率以下に成るように抜き取り弾数の設定を行った。

この様な、誤り（あるいは危険）を第1種の誤りと呼ぶ。

これに対して、5.1節の最後に検討した様に、この抜き取り検査では、真の信頼度の高いロットが、抜き取り検査に合格できない（過小評価）確率が高い。

この様な、誤り（危険）を第2種の誤りと呼ぶ。

この第2種の誤りの確率に制約を与える方法として、次の考え方を取る。

信頼度の推定に、2つの限界値を設けて、それらに対して次の意味を持たせる。

真の信頼度が第1の限界値を下回るロットが抜き取り検査に合格する確率（第1種の危険）と真の信頼度が第2の限界値を上回るロットが抜き取り検査に不合格となる確率（第2種の危険）の合計が与えられた危険率（信頼水準から定まる）以下と成るように抜き取り弾数を設定する。ただ、この条件だけでは、第1種の誤りと第2種の誤りの確率の配分が一意的に定まらないので、両者が等しくなるように抜き取り検査を計画する。

即ち、第1種、第2種の各々の誤りの確率は、与えられた危険率の1/2に等しくなるように計画する。

具体的に、『ロットの信頼度が80%であることを信頼水準：80%で検定する』ための抜き取り検査の方法を例として検討する。

まず、ドンピシャ80%であるということは有り得ないので、幅を持たせることにして、先に述べた2種の限界値を次の様に設定する。

表1．信頼度の下限を確定するための抜き取り弾数（不良弾の許容数は0）

		信頼度の下限値				
		70%	75%	80%	85%	90%
信頼水準	85%	6	7	9	12	18
	80%	5	6	7	10	15
	75%	5	5	7	9	13
	70%	4	5	6	8	12

第１種の誤りに対応する信頼度の限界値：70％

第２種の誤りに対応する信頼度の限界値：90％

つまり、真の信頼度が70％以下のロットが、これから計画する抜き取り検査に合格する確率が、10（＝（100－80）／２）％以下となり、かつ、真の信頼度が90％以上のロットが不合格となる確率が10％以下になる様にするということである。

抜き取り数をNとし、許容する故障弾数をRとすると、上の条件は次の様になる。

$$\sum_{r \leq R} {}_N C_r \cdot 0.7^{(N-r)} \cdot 0.3^r <= 0.1$$

$$\sum_{R<r} {}_N C_r \cdot 0.9^{(N-r)} \cdot 0.1^r <= 0.1$$

最近では、表計算ソフト（スプレッドシート）等を使って、この様な２項分布の計算を直接解くのは、かなり簡単である。

以上の様に、第２種の誤りを考慮に入れると、抜き取り弾数は増加する。

また、故障弾の許容数も一律に定まるのでは無く、信頼度と信頼水準の条件設定により定まることになる。

表２に、各信頼度、各信頼水準に対応して計算した、抜き取り弾数と、抜き取り検査において許容範囲とする故障弾数の計算結果を示す。

6．信頼度の累積評価手法

ロットに対して、保証すべき信頼度に対して、5.2節の表２に示した抜き取り弾数と許容故障弾数の設定の元に検査を行うことにより、信頼度を確定することができるが、諸般の制約から、まとまった１年内（3.2節に示した様に、貯蔵期間の中間年が望ましい）に、必要な弾数を抜き取り検査することができない場合がある。

ロットの信頼度は、貯蔵期間の最終年まで要求されるものであるから、ロットの信頼度を80％以上に保ちたい

表2．第2種の誤りを排除するために要する抜き取り弾数と許容する故障弾数

（表中の上段が抜き取り弾数、下段が許容する故障弾数）

		信頼度の推定値（2種の限界値は推定値±10％）			
		75％	80％	85％	90％
信頼水準	85％	39	34	27	19
		9	6	3	1
	80％	33	27	23	15
		8	5	3	1
	75％	25	22	17	14
		6	4	2	1
	70％	21	18	14	13
		5	3	2	1

とすると、中間年には90％の信頼度を保証する必要があり、信頼水準を80％として、表２を見ると、抜き取り弾数は15発となる。

１年間の予算にて、これだけの抜き取り検査を行うことは、必ずしも容易ではない。

この章では、数年間に分けて比較的少ない弾数で抜き取り検査を行った結果を累積して、信頼度の下限評価を改善する手法について解説する。

6.1　平均故障時間の下限推定

第２章で述べた様に、ミサイルの信頼度の経年変化は指数分布でモデル化される。

ミサイルの故障寿命の確率密度関数：f(t) は、

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

と表現される。ここで、λは平均故障寿命（MTTF）の逆数である。

ミサイルの１回の抜き取り検査は、一定時刻で打ち切るタイプの抜き取り検査と考えることができる。この場合の、平均故障寿命の片側推定は、下式で与えられることが知られている。

$$[2T / \chi^2_{\alpha, 2r+2},\ \infty] \tag{4}$$

（参考文献：Probability and Statistics in Engineering and Management Science
William W. Hines, Douglas C. Montgomery,
John Wiley & Sons）

ここで、Tは故障発生までの全弾の貯蔵延べ時間である。一例として、貯蔵５年のロットから10発を抜き取り、９発が良、１発が不良であるとすると

$$T > 9 \times 5 + 1 \times 0 = 45$$

となる。

また、αは危険率であり、１－信頼水準で与えられる。rは故障した弾数を示す。

上のケースについて、信頼水準を80％として平均故障寿命の下限値を求めると、16.9年となり、これにより５年後の信頼度の下限を計算すると、

$$e^{-1/16.9 \times 5} = 74\%$$

となり、同じケースについて3.2節で算出した下限とほぼ同じ結果が得られる。

6.2　ベイズの方法

複数回に渡る、抜き取り試験の結果を累積して信頼度評価の精度を改善する手法として、ベイズの方法がある。

ベイズの方法は、過去の抜き取り検査の結果に対応して、故障率：λの確率分布を想定し、その後、新たに実施した抜き取り検査の結果を反映して、事後分布を計算することにより、故障率：λの評価精度を改善していくという方法である。

ここで、注意しなければならないのは、これまでの議論においては、λが定まったときの、故障寿命の分布を指数分布としてモデル化し議論を展開して来たが、ここでは、λの分布を対象として考えるということなので、混同しないように注意する必要がある。

第1回目の抜き取り検査の後の、故障率：λの分布として、次のガンマ分布を想定する。

$$h(\lambda)=T(T\cdot\lambda)^{k-1}\cdot e^{-T\cdot\lambda}/\Gamma(k) \tag{5}$$

ただし、kはこの抜き取り検査による、故障弾の数を表わす。また、Tは、この抜き取り検査までの貯蔵延べ時間であり、第1節と同様に計算される。

この後、再度抜き取り検査を行い、r個の故障弾が発生した場合に、ベイズ法による事後分布を計算すると、次の様になることが知られている。

$$h(\lambda|r,t)=(T+t)\{(T+t)\cdot\lambda\}^{k+r-1}\cdot e^{-(T+t)\cdot\lambda}/\Gamma(k+r) \tag{6}$$

ここで、tは、最初の抜き取り検査から、今回の抜き取り検査までの貯蔵延べ時間である。

(参考文献：信頼性データの解析、真壁肇、岩波書店)

上の結果は、第2回目の抜き取り検査後の確率分布は、第1回目の抜き取り検査後の分布（(5)式）において、貯蔵延べ時間をT→T+t、故障弾数をk→k+rと置き換えたものであり、抜き取り検査を繰り返した結果、貯蔵延べ時間と故障弾数が、故障率の分布（h(t)）において累積されていくことを示している。

以上の議論は、第1回目の抜き取り検査と第2回目の抜き取り検査の間についてのものであるが、第i回目と第i＋1回目の間においても、全く同様の議論が成り立つので、抜き取り検査を繰り返すことによって、貯蔵延べ時間と故障弾数が、故障率の分布において累積されていくことが判る。

これは、直感に一致する結果である。

(4)式と同様に、第2回目の抜き取り検査後の平均故障時間の片側推定を行うと、

$$[2(T+t)/\chi^2_{\alpha,2(k+r)},\ \infty] \tag{7}$$

ここで、αは(4)式と同様に、仮説検定の危険率を表わす。

一例として、貯蔵5年のロットから10発を抜き取り、9発が良、1発が不良であったとし、その2年後、同じロットから異なる10発を抜き取り、8発が良、2発が不良であったとすると

$$T+t>9\times5+1\times0+8\times(5+2)+2\times0=101$$

となる。

(7)式により、平均故障時間の下限を求めると、23.6年となる。

これから、貯蔵5年後、7年後の信頼度を推定すると、

5年後：$e^{-1/23.6*5}=81\%$

7年後：$e^{-1/23.6*7}=74\%$

この結果は、第1節で推定した下限値よりも高く、より狭い範囲で推定されていることが判る。

7．今後の課題

第6章で述べた、ベイズ法による信頼度の累積評価は、抜き取り検査の実行上の制約を乗り越えうる方法として、大変に有効なものであるが、故障率の分布としてガンマ分布を想定している。この想定は一般的なものであるが、複数のロットに対して実施された、実際の抜き取り検査の結果から、この想定が適切であることを検証することが必要である。

参考文献

(1) Probability and Statistics in Engineering and Management Science, 3rd ed.
William W. Hines, Douglas C. Montgomery, John Wiley & Sons, 1990

(2) 信頼性データの解析，真壁肇，岩波書店，1987

(3) 信頼性モデルの統計解析，真壁，宮村，鈴木，共立出版，1989