

# 一方向強化CFRP複合材の斜め方向引張試験における 破断延性に関するマルチスケールモデリング\*

吉岡 健一\*\* 熊谷 裕太\*\*\* 樋口 諒\*\*\*

Dongyeon Lee\*\* 岡部 朋永\*\*\*

## Multiscale Modeling of Failure Strain in Off-Axis Tensile Testing of UD-CFRP

by

Kenichi YOSHIOKA,

(Toray Composites (America), Inc., USA)

Yuta KUMAGAI, Ryo HIGUCHI,

(Department of Aerospace Engineering, Tohoku University, Sendai)

Dongyeon LEE

(Toray Composites (America), Inc., USA)

and Tomonaga OKABE

(Department of Aerospace Engineering, Tohoku University, Sendai)

Fiber-reinforced polymer matrix composites are fractured by accumulation of microscopic damage in fiber length scale. Therefore, accurate prediction of microscopic crack initiation is extremely important to predict failure of composite structures. In this study, multiscale modeling approach that consists of a macroscopic scale analysis and a microscopic scale analysis is proposed, and is applied to tensile testing of unidirectional off-axis specimens of carbon fiber reinforced plastic (CFRP) to predict their failure strain. On a macroscopic analysis, off-axis specimen is modeled as a homogeneous body, and 3D finite element analyses (FEA) are performed using an anisotropic elastoplastic constitutive law to obtain accurate deformation field under off-axis loading. On a microscopic scale, 3D periodic unit cell (PUC) analyses are conducted by applying strain history obtained from macroscopic FEA to predict initial cracking strain. Two failure criteria are employed for matrix resin in PUC analysis. The first is the dilatational energy density criterion for brittle failure, and the second is the ductile damage growth law for ductile failure. In order to validate the accuracy of proposed multiscale approach, predicted results are compared with the experimental results.

(Received December 28, 2015)

キー・ワード：マルチスケールモデリング，CFRP，破断延性，周期セル解析，斜め方向引張試験

**Key Words** : Multiscale Modeling, CFRP, Failure Strain, Periodic Unit Cell Simulation, Off-Axis Tensile Testing

## 1 緒 言

炭素繊維強化プラスチック（CFRP）は優れた比強度・比剛性を有するため、航空宇宙分野における構造部材としての適用が急速に拡大している。CFRP 構造においては、材料中に生じる初期き裂発生ひずみが設計基準の一つとして広く用いられている。しかしながら、構造用途で多く使用される積層板においては、積層構成、自由端等により複雑なひずみ場が生じることが知られており、このため、初期き裂発生の予測はそ

れほど容易ではない。よって積層板内のひずみ場も考慮に入れた精度のよい初期き裂予測手法の開発が求められている。

これまでに、初期き裂発生の予測を目的としたマイクロスケール解析手法が開発されてきている。Asp<sup>1)</sup>は、ユニットセルを用いた三次元有限要素解析を行い、繊維周辺においては、樹脂は三軸応力状態となり、その結果として弾性変形下でも脆性破壊が生じることを示した。Okabe<sup>2)</sup>は、Gurson-Tvergaard-Needlemanモデル<sup>3),4)</sup>に基づく延性損傷進展則<sup>5)</sup>を樹脂に適用し、繊維配置が樹脂の損傷進展に与える影響について議論した。これらの研究より、樹脂部の破壊を正確に議論

\* 原稿受付 2015年12月28日

\*\* Toray Composites (America), Inc., WA, USA

\*\*\* 東北大学大学院工学研究科 仙台市青葉区荒巻

するためには、弾性域・塑性域の両方で破壊をモデル化する必要があることが明らかとなってきた。またこれらのマイクロスケール解析では横方向の一軸負荷、あるいは単純な組み合わせ負荷条件でのみ解析が行われており、一般的に用いられる積層板中の複雑なひずみ状態についての解析が行われていない。このため、Okabe ら<sup>6)</sup>は、均質材を仮定した巨視的解析と、繊維・樹脂を含む微視的解析を組み合わせたマルチスケール解析を行い、クロスプライ積層板中のひずみ場を反映し、90°層の初期き裂発生について議論した。さらに Sato ら<sup>7)</sup>は、微視的解析における破壊を弾性域と塑性域の両方についてモデル化し、一方向強化CFRP複合材の斜め方向引張試験（以降 off-axis 試験とする）の破断ひずみをマルチスケール解析により議論した。彼らの研究では、実験における off-axis 試験の各角度の破断ひずみが精度よく再現できているが、巨視的解析においてタブによる変位拘束の影響を無視している。

本研究では、off-axis 試験における破断ひずみを、巨視スケールと微視スケールの有限要素解析を組み合わせたマルチスケールモデリングにより議論する。巨視的解析では、試験片を均質の異方性弾塑性体としてモデル化し、単軸引張負荷におけるひずみ場の予測を行った。微視的解析では、繊維と樹脂から構成された周期セルモデルに対して巨視的解析から得られたひずみ場を境界条件として付与し、樹脂部に生じる初期き裂発生ひずみの予測を行った。さらに、初期き裂発生時には即時破壊するとして実験より得られた破断ひずみと比較を行った。また、Sato ら<sup>7)</sup>の研究において考慮されなかったタブによる変位拘束の影響について実験により検証した。

## 2 引張試験

off-axis 試験では、タブ付近において強い面内せん断変形を生じることが知られている。そこで本研究では、off-axis 試験を行い、負荷ひずみとタブ付近のひずみを比較することで、タブの拘束による特異性の影響を検討した。さらにタブの影響を実験的に明らかにすべく斜向タブでの試験を行った。

### 2・1 実験手法

本研究では、試験片に繊維軸方向が負荷方向に対して15°, 20°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°の角度を持つ一方向炭素繊維/エポキシ樹脂複合材料 T700G/2511 および T800S/3900-2B（東レ、繊維体積含有率56%）を用いた。Fig. 1 に引張試験に使用する試験片の形状を示す。T700G/2511においては、試験片に厚さ1mmのGFRP製長方形タブを室温硬化エポキシ系接着剤Araldite<sup>®</sup>により接着した。試験は、引張試験機（MTS 810）を用いて試験片に一軸引張負荷を与えることにより行い、試験中の負荷速度は0.01mm/sとした。試

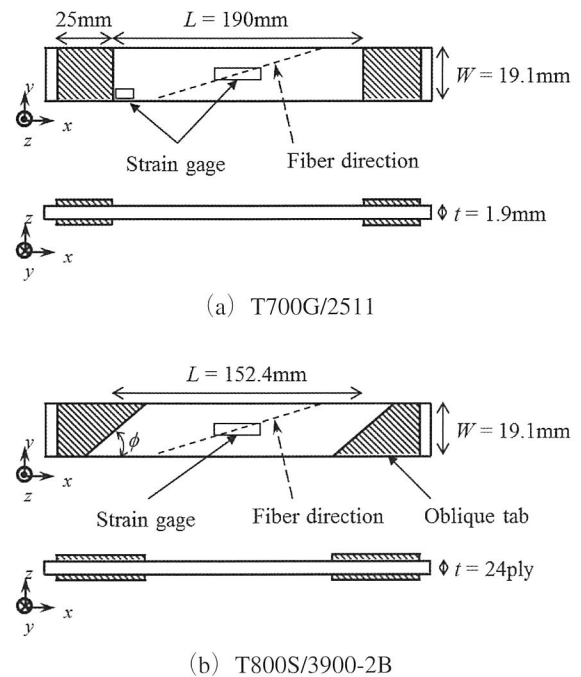


Fig.1 Dimensions of coupon specimen for uniaxial off-axis tensile testing.

験中の負荷ひずみは試験片中央部に貼り付けたひずみゲージで測定した。タブ近傍での特異性の影響を調査するため、タブ付近にもひずみゲージを貼り、測定されたひずみを負荷ひずみと比較した。T800S/3900-2Bにおいては、先ほども述べたように文献<sup>8),9)</sup>に従いタブ近傍での特異性を出来る限り除くべく、次式にて与えられる斜向角度 $\phi$ を持つ斜向タブを用いた。

$$\cot \phi = -\frac{\bar{S}_{16}}{\bar{S}_{11}} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{S}_{ij}$ は $xy$ 座標系に対するコンプライアンス係数である。斜向タブは加熱硬化型エポキシフィルムにより接着し、T700G/2511と同様にして実験を行った。

### 2・2 実験結果および考察

Fig. 2 には T700G/2511を用いた場合の off-axis 試験で得られた繊維配向角度と破断ひずみの実験結果を示す。Sato ら<sup>7)</sup>によって報告されているように、いずれの角度においても破断部はタブ近傍であることもゲージ部内側であることもある。下記に示すように、タブ部ではひずみ集中があるにも関わらずこのような現象が起こることは、誤差棒に示されるように破断ひずみのばらつきが小さくないことに起因している。また、破断時の負荷ひずみ $\epsilon_{\text{center}}$ とタブ近傍におけるひずみ $\epsilon_{\text{tab}}$ の比 $\epsilon_{\text{tab}}/\epsilon_{\text{center}}$ を Table 1 に示す。15°, 20° off-axis 試験ではひずみ比の値が1より大きく、タブ付近でのひずみが大きくなっていることが確認できる。これは繊維配向角度が小さい試験片ではタブ付近において強い面内せん断変形を生じ、特異なひずみ場が生じるためである。繊維配向角度が大きい試験片ではひずみ比は

Table I Comparison of strain ratios on the failure strain.

| Off-axis angle                                                        | 15°  | 20°  | 30°   | 45°  | 60°   | 75°  | 90°   |
|-----------------------------------------------------------------------|------|------|-------|------|-------|------|-------|
| Stain ratio<br>$\varepsilon_{\text{tab}}/\varepsilon_{\text{center}}$ | 1.51 | 1.30 | 0.938 | 1.00 | 0.994 | 1.01 | 0.958 |

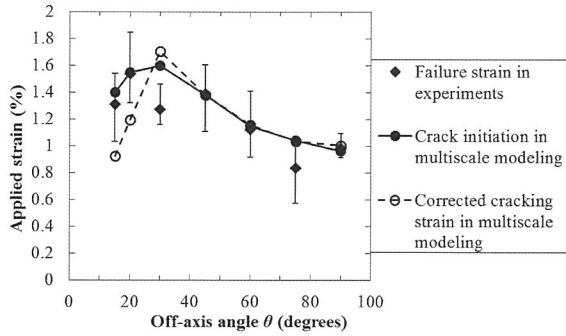


Fig.2 Comparison of the simulated initial cracking strains with the failure strains in the experiment (T700G/2511).

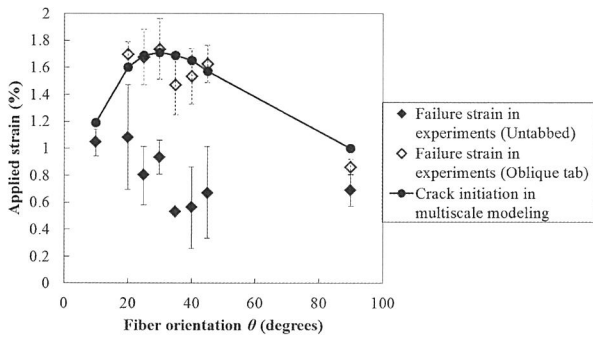


Fig.3 Comparison of the simulated initial cracking strains with the failure strains in the experiment (T800S/3900-2B).

1に近い値であり、タブ付近での特異性の影響は小さく、均一な変形をしている。

Fig. 3にはT800S/3900-2Bの場合の繊維配向角度と破断ひずみの実験結果を示す。斜向タブを用いることでタブを用いない場合に比べて明らかに破断ひずみが大きくなっている。これより負荷部位の変位拘束によって生じる特異性が破断ひずみに影響を与えていることがわかる。

### 3 マルチスケールモデリング

本研究では、微視的解析の境界条件を巨視的解析より得られたひずみ場に基づいて与えることで試験片内のひずみ場を反映した初期き裂発生予測を行う。そのため、初めに初期き裂が発生する点を決定し、巨視的解析においてこの点のひずみ履歴を得る必要がある。off-axis試験では、タブ付近において強い面内せん断変形を生じることが知られており、これが初期き裂の発生を引き起こす可能性がある。しかしながら、タブにおいて接着剤層の塑性変形や離れによる拘束の緩和が生じるため、巨視的解析でタブによる拘束をモデル化することは難しい。そこで本研究では、拘束条件

の不確定さを取り除くため、試験片中央部に破断経路および初期き裂発生位置を設定し、さらに負荷部位での変位拘束による効果を完全に取り除くため、解析モデルの長さを実際の試験片ゲージ長さに比べて大きな値（およそ10倍）を設定した。Fig. 4に、巨視的解析モデルにおける破断経路と初期き裂発生位置を示す。T700G/2511の場合では、タブ近傍のひずみ場の影響は、2節の実験で得られた破断時の負荷ひずみとタブ近傍のひずみの比を用いて解析結果の補正を行うことで導入し、T800S/3900-2Bの場合では斜向タブによってタブの特異性は除去されていると考え、そのまま利用した。

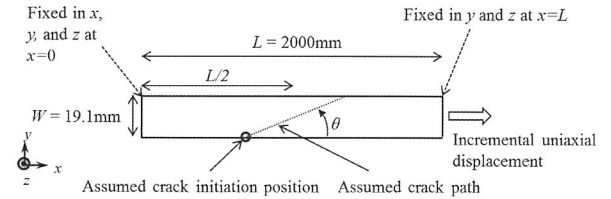


Fig.4 Schematic view of macroscopic analysis model.

#### 3・1 巨視的有限要素解析

繊維軸方向と負荷方向が異なる off-axis 試験では、樹脂部に大きな塑性変形が生じ、巨視的な応力-ひずみ応答に非線形性が現れる。本研究ではこの非線形挙動を再現するため、Yokozekiらによって提案された流れ則に基づく異方性弾塑性構成則<sup>(9), (10)</sup>を用いた。この構成則では、有効応力  $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$  と降伏関数  $f$  が材料主軸系の応力成分  $\sigma_{ij}$  により以下のように定義される。

$$\bar{\sigma}_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{3}{2} \{ (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 2a_{44}\sigma_{23}^2 + 2a_{66}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) \} + a_1^2\sigma_{11}^2 + a_1(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})} \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}_{\text{eff}} = \sqrt{3f} \quad (3)$$

ここで、1, 2, 3はそれぞれ繊維軸方向、面内直交方向、面外直交方向を表す。流れ則には式(3)で与えられる  $f$  を塑性ポテンシャルとして用いる。また、 $a_{44}$ ,  $a_{66}$  および  $a_1$  は塑性挙動を決定するパラメータであり、本研究では文献<sup>(9)</sup>および実験結果に基づき  $a_{44} = 2.0$ ,  $a_{66} = 1.6$ ,  $a_1 = 0.01$  を用いた。有効応力  $\bar{\sigma}_{\text{eff}}$  - 有効塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}_{\text{eff}}^p$  関係は、以下のように仮定した。

$$\bar{\varepsilon}_{\text{eff}}^p = A_1 (\bar{\sigma}_{\text{eff}})^{n_1} \quad \text{for } \bar{\sigma}_{\text{eff}} < \bar{\sigma}_{\text{eff}}^{\text{threshold}} \quad (4)$$

$$\bar{\varepsilon}_{\text{eff}}^p = A_2 (\bar{\sigma}_{\text{eff}})^{n_2} \quad \text{for } \bar{\sigma}_{\text{eff}} \geq \bar{\sigma}_{\text{eff}}^{\text{threshold}} \quad (5)$$

ここで、 $A_1$ ,  $n_1$ ,  $A_2$ ,  $n_2$  はフィッティングパラメータであり、より正確に非線形挙動を再現するため二組のパラメータを用いた。本研究では、実験結果に基づき  $A_1 = 3.2 \times 10^{-11}$ ,  $n_1 = 3.8$ ,  $A_2 = 4.5 \times 10^{-18}$ ,  $n_2 = 7.0$ ,  $\bar{\sigma}_{\text{eff}}^{\text{threshold}} = 138\text{MPa}$  とした。用いた物性を Table II に示

す。本研究では、繊維軸方向が負荷方向に対して  $15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  の角度を持つ off-axis 試験について解析を行った。

Table II Elastic properties of unidirectional laminates used in macroscopic FEA.

|                                       |         |
|---------------------------------------|---------|
| T700G/2511                            |         |
| Longitudinal Young's modulus $E_1$    | 130GPa  |
| Transverse Young's modulus $E_2, E_3$ | 8.21GPa |
| Shear modulus $G_{12}, G_{13}$        | 4.00GPa |
| Shear modulus $G_{23}$                | 2.77GPa |
| Poisson's ratio $\nu_{12}, \nu_{13}$  | 0.260   |
| Poisson's ratio $\nu_{23}$            | 0.480   |
| T800S/3900-2B                         |         |
| Longitudinal Young's modulus $E_1$    | 150GPa  |
| Transverse Young's modulus $E_2, E_3$ | 9.16GPa |
| Shear modulus $G_{12}, G_{13}$        | 4.62GPa |
| Shear modulus $G_{23}$                | 2.55GPa |
| Poisson's ratio $\nu_{12}, \nu_{13}$  | 0.302   |
| Poisson's ratio $\nu_{23}$            | 0.589   |

Fig. 5 および Fig. 6 に実験によって得られた非線形応力-ひずみ線図と異方性弾塑性構成則を用いた解析結果との比較を示す。解析結果は実験結果を十分に再現できていることがわかる。また繊維角度が大きな場合についても、解析結果が実験結果を再現できることを確認している。

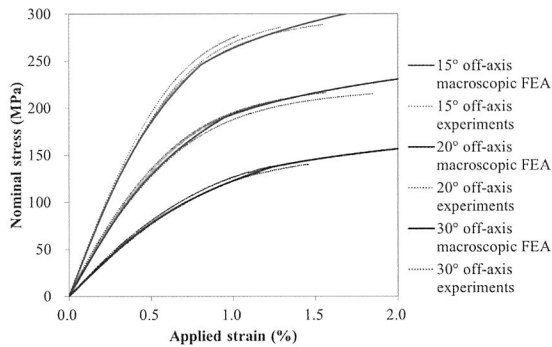


Fig.5 Comparison of tensile stress-strain curves between macroscopic FEA and experiments (T700G/2511)<sup>7)</sup>.

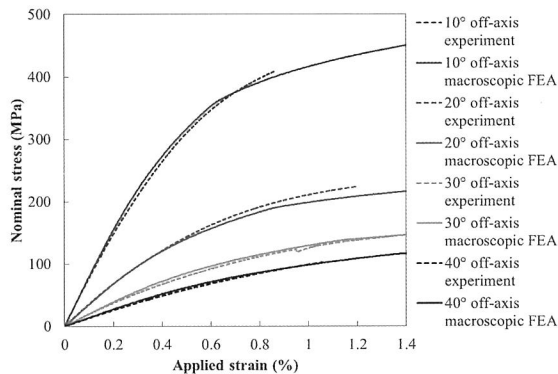


Fig.6 Comparison of tensile stress-strain curves between macroscopic FEA and experiments (T800S/3900-2B).

### 3・2 微視的有限要素解析

off-axis 試験での破断ひずみを予測するため、微視的有限要素解析では Fig. 7 に示すような 5 本の繊維とマトリクス樹脂からなる三次元周期セルモデルを用いた。用いた物性を Table III に示す。本研究では樹脂部のき裂のみに着目し、繊維と樹脂の界面は完全に接着していると仮定した。繊維は面内等方性を有する直交異方性弾性体、樹脂は損傷を考慮した等方性弾粘塑性体とした。繊維直径は  $7\mu\text{m}$  とし、繊維体積含有率が 56% となるようにユニットセルの各辺の長さを決定した。

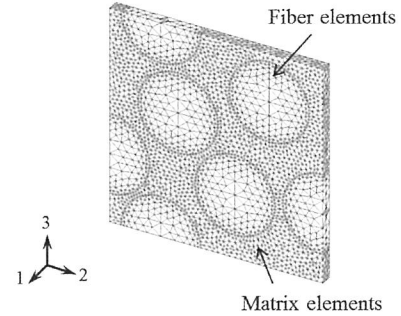


Fig.7 FE model for microscopic analysis.

Table III Elastic properties of carbon fiber and epoxy resin used in 3D PUC analysis.

|                                                                                    |                                |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| T700G/2511                                                                         |                                |
| Fiber longitudinal Young's modulus $E_L$                                           | 230GPa                         |
| Fiber transverse Young's modulus $E_T$                                             | 17.5GPa                        |
| Fiber longitudinal Poisson's ratio $\nu_L$                                         | 0.17                           |
| Fiber transverse Poisson's ratio $\nu_T$                                           | 0.46                           |
| Fiber's coefficient of thermal expansion for the longitudinal direction $\alpha_L$ | $-1.1 \times 10^{-6}/\text{K}$ |
| Fiber's coefficient of thermal expansion for the transverse direction $\alpha_T$   | $10 \times 10^{-6}/\text{K}$   |
| Matrix Young's modulus $E_m$                                                       | 3.2GPa                         |
| Matrix Poisson's ratio $\nu_m$                                                     | 0.38                           |
| Matrix's coefficient of thermal expansion $\alpha_m$                               | $60 \times 10^{-6}/\text{K}$   |
| T800S/3900-2B                                                                      |                                |
| Fiber longitudinal Young's modulus $E_L$                                           | 294GPa                         |
| Fiber transverse Young's modulus $E_T$                                             | 19.5GPa                        |
| Fiber longitudinal Poisson's ratio $\nu_L$                                         | 0.17                           |
| Fiber transverse Poisson's ratio $\nu_T$                                           | 0.46                           |
| Fiber's coefficient of thermal expansion for the longitudinal direction $\alpha_L$ | $-1.1 \times 10^{-6}/\text{K}$ |
| Fiber's coefficient of thermal expansion for the transverse direction $\alpha_T$   | $10 \times 10^{-6}/\text{K}$   |
| Matrix Young's modulus $E_m$                                                       | 3.2GPa                         |
| Matrix Poisson's ratio $\nu_m$                                                     | 0.38                           |
| Matrix's coefficient of thermal expansion $\alpha_m$                               | $60 \times 10^{-6}/\text{K}$   |

樹脂の弾粘塑性構成式は以下のように記述される<sup>11)</sup>。

$$\dot{\sigma} = (1-D^*)C_m^e : \dot{\varepsilon} - (1-D^*)\frac{3\mu\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\bar{\sigma}}\sigma' - \frac{\dot{D}^*}{1-D^*}\sigma \quad (6)$$

ここで、 $\sigma$ は応力テンソル、 $C_m^e$ は弾性構成則テンソル、 $\varepsilon$ はひずみテンソル、 $\mu$ はLame定数、 $\bar{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみ、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\sigma'$ は偏差応力テンソル、 $D^*$ は剛性低下の度合いを表すスカラーであり、上付きの $\cdot$ は時間微分を表す。また相当塑性ひずみ速度 $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$ はMatsudaら<sup>12)</sup>が用いたエポキシ樹脂の硬化則に静水圧の効果を導入した次式<sup>13)</sup>で与えた。

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \dot{\varepsilon}_r \left( \frac{\bar{\sigma} + \beta\sigma_m}{g(\bar{\varepsilon}^p)} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (7)$$

$$g(\bar{\varepsilon}^p) = g_1(\bar{\varepsilon}^p)^{g_2} + g_3 \quad (8)$$

ここで、 $\dot{\varepsilon}_r$ は基準ひずみ速度、 $\sigma_m$ は静水圧応力、 $m$ はひずみ速度感度指数、 $\beta$ は静水圧応力の感度指数であり、 $m = 1/35$ 、 $\dot{\varepsilon}_r = 1.0 \times 10^{-5}$ 、 $\beta = 0.2$ を用いた<sup>2)</sup>。 $g_1$ 、 $g_2$ 、 $g_3$ は材料定数であり、実験結果に基づき $g_1 = 90\text{MPa}$ 、 $g_2 = 0.08$ 、 $g_3 = 20\text{MPa}$ とした。

本研究では、樹脂に対して弾性変形下 $\bar{\sigma} \leq \sigma_Y$ と塑性変形下 $\bar{\sigma} \geq \sigma_Y$ で異なる二つの破壊基準を用いた。ここで、 $\sigma_Y$ はエポキシ樹脂の比例限度であり、 $\sigma_Y = 75\text{MPa}$ とした。弾性変形下での破壊基準には、Aspらにより提案された体積膨張エネルギー密度基準<sup>1)</sup>を用いる。線形弾性体の体積膨張エネルギー密度 $U_v$ は次式で与えられる。

$$U_v = \frac{3(1-2\nu)}{2E}\sigma_m^2 \quad (9)$$

ここで、 $\nu$ はポアソン比、 $E$ はヤング率である。マトリクスクラックは、弾性変形下において体積膨張エネルギー密度 $U_v$ が臨界値 $U_v^{\text{crit}}$ に達したときに生じると仮定した。体積膨張エネルギー密度の臨界値 $U_v^{\text{crit}}$ は、90° off-axis 試験の結果に基づき $U_v^{\text{crit}} = 0.9\text{MPa}$ とした。

塑性変形下では、Gurson-Tvergaard-Needleman モデル<sup>3),4)</sup>に基づき西川<sup>5)</sup>によりエポキシ樹脂向けに修正された損傷度 $D$ に対する以下の進展式を用いた。

$$\dot{D} = H(\bar{\sigma} - \sigma_Y)(1-D)C(\dot{\bar{\varepsilon}}_m^p) + (B_0 + B_1 D)\dot{\bar{\varepsilon}}^p \quad (10)$$

ただし

$$C(\dot{\bar{\varepsilon}}_m^p) = A \left[ D \left( \frac{\langle \sigma_m \rangle}{\bar{\sigma}} \right)^2 \right]^* \quad (11)$$

である。式(10)の右辺第一項は平均塑性垂直ひずみ

によるボイド成長を表し、第二項はせん断変形による損傷成長を表す。 $H$ はヘビサイド関数、 $\bar{\sigma}$ は参照応力、 $A$ 、 $B_0$ 、 $B_1$ は無次元定数であり、実験結果に基づき $\bar{\sigma} = 73\text{MPa}$ 、 $A = 1.5$ 、 $B_0 = 0.6$ 、 $B_1 = 0.6$ を用いた。また上付きの $\cdot$ は時間微分を表す。

また本解析では、ボイドの合体成長による損傷の急激な進展を表現するため、式(6)に述べた $D^*(D)$ を導入する<sup>14)</sup>。

$$D^* = \begin{cases} D & (D < D_c) \\ D_c + \frac{D^{\text{crit}} - D_c}{D^{\text{crit}} - D_c}(D - D_c) & (D \geq D_c) \end{cases} \quad (12)$$

$$\dot{D}^* = \begin{cases} \dot{D} & (D < D_c) \\ \frac{D^{\text{crit}} - D_c}{D^{\text{crit}} - D_c}\dot{D} & (D \geq D_c) \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 $D_c$ は損傷の急激な進展が開始するときの $D$ の値を、 $D^{\text{crit}}$ は要素が破壊するときの $D$ の値を表す。本研究では、 $D_c = 0.08$ 、 $D^{\text{crit}} = 0.25$ 、 $D^{\text{crit}} = 1/1.5$ を用いた<sup>14)</sup>、要素における損傷変数の平均値が $D^{\text{crit}}$ に達したとき、その要素を完全に損傷したと見なす。さらに、樹脂の損傷のメッシュ依存性を避けるため、損傷変数 $D$ の非局所化<sup>14),15)</sup>も行っている。

解析においては $U_v$ が $U_v^{\text{crit}}$ に達する、あるいは $D$ が $D^{\text{crit}}$ に達するといういずれかの条件に達した時、初期き裂が発生し、即時破壊となるとして、その際の負荷ひずみを破断延性とした。

最後に、有限要素解析の定式化について示す。繊維領域を $V_f$ 、マトリクス領域を $V_m$ 、力学的境界を $S_t$ とすると、仮想仕事の式は次式にて与えられる。

$$\int_{V_f} \sigma : \delta \varepsilon dV + \int_{V_m} \sigma : \delta \varepsilon dV = \int_{S_t} f : \delta u dS \quad (14)$$

ここで、 $f$ は外力ベクトル、 $u$ は変位ベクトル、 $\delta$ は仮想量を表す。今、時刻 $t$ における既知の物理量を用いて、時刻 $t' = t + \Delta t$ の未知状態を求めることを考える。 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限を考え、式(14)を線形化すると、

$$\begin{aligned} \Delta t \left( \int_{V_f} \dot{\sigma} : \delta \varepsilon dV + \int_{V_m} \dot{\sigma} : \delta \varepsilon dV \right) \\ = \int_{S_t} \dot{f} : \delta u dS - \left( \int_{V_f} \dot{\sigma} : \delta \varepsilon dV + \int_{V_m} \dot{\sigma} : \delta \varepsilon dV \right) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。式(15)に、式(6)を代入すれば、

$$\begin{aligned} \int_{V_f} (C_f^e : \Delta \varepsilon) : \delta \varepsilon dV + \int_{V_m} ((1-D^*)C_m^e : \Delta \varepsilon) : \delta \varepsilon dV \\ = \int_{S_t} \dot{f} : \delta u dS - \int_{V_f + V_m} \dot{\sigma} : \delta \varepsilon dV + \int_{V_m} \frac{\Delta D^*}{1-D^*} (\dot{\sigma} : \delta \varepsilon) dV \\ + \int_{V_m} (1-D^*) \frac{3\mu \Delta \bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}} (\dot{\sigma}' : \delta \varepsilon) dV \end{aligned} \quad (16)$$

を得る。さらにこの微視的解析では、変位およびひずみ増分は以下のようにユニットセル全体に対する変位やひずみを表すグローバル成分（添字 G）とユニットセル内部で分布する変位やひずみを表すローカル成分（添字 L）に分解される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{u}_G + \mathbf{u}_L \\ \Delta \boldsymbol{\varepsilon} &= \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_L \end{aligned} \quad (17)$$

このグローバル成分とローカル成分の分解を式 (16) に適用することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & \int_{V_f} (\mathbf{C}_f^e : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_L) : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV + \int_{V_m} ((1-D^*) \mathbf{C}_m^e : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_L) : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV \\ &= - \int_{V_f+V_m} {}^t\boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV + \int_{V_m} (1-D^*) \frac{3\mu \Delta \bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}} ({}^t\boldsymbol{\sigma}' : \delta \boldsymbol{\varepsilon}) dV \\ &+ \int_{V_m} \frac{\Delta D^*}{1-D^*} ({}^t\boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon}) dV - \int_{V_f} (\mathbf{C}_f^e : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G) : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV \\ &- \int_{V_m} ((1-D^*) \mathbf{C}_m^e : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G) : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、式 (16) にある力学的境界  $S_i$  は周期セルシミュレーションでは存在しないため、式 (18) に外力に関する項は存在しない。最終的に、式 (18) を離散化すると以下の連立一次方程式となる。

$$(\mathbf{K}_f + \mathbf{K}_m) \Delta \mathbf{U}_L = -({}^t\mathbf{Q}_f + {}^t\mathbf{Q}_m) + {}^t\mathbf{Q}_v + {}^t\mathbf{Q}_{\text{dam}} - (\Delta \mathbf{Q}_{f,G} + \Delta \mathbf{Q}_{m,G}) \quad (19)$$

ただし

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_f &= \sum_e \int_{V_f^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}_f^e \mathbf{B}^e dV, \\ \mathbf{K}_m &= \sum_e \int_{V_m^e} (1-D^*) \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}_m^e \mathbf{B}^e dV, \\ \mathbf{Q}_f &= \sum_e \int_{V_f^e} \mathbf{B}^{eT} \hat{\boldsymbol{\sigma}} dV, \\ \mathbf{Q}_m &= \sum_e \int_{V_m^e} \mathbf{B}^{eT} \hat{\boldsymbol{\sigma}} dV, \\ \mathbf{Q}_v &= \sum_e \int_{V_m^e} (1-D^*) \frac{3\mu \Delta \bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}} \mathbf{B}^{eT} \hat{\boldsymbol{\sigma}}' dV, \\ \mathbf{Q}_{\text{dam}} &= \sum_e \int_{V_m^e} \frac{\Delta D^*}{1-D^*} \mathbf{B}^{eT} \hat{\boldsymbol{\sigma}} dV, \\ \Delta \mathbf{Q}_{f,G} &= \sum_e \int_{V_f^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}_f^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G dV, \\ \Delta \mathbf{Q}_{m,G} &= \sum_e \int_{V_m^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}_m^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G dV \end{aligned} \quad (20)$$

である。ここで、 $\mathbf{U}$  は節点変位ベクトル、 $\mathbf{K}_f$ 、 $\mathbf{K}_m$  は繊維および樹脂の剛性行列、 $\mathbf{Q}_f$ 、 $\mathbf{Q}_m$  は繊維および樹脂の内力ベクトル、 $\mathbf{B}$  はひずみ-節点変位関係行列、 $\mathbf{D}$  は行列表記の構成則であり、 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  は応力ベクトルを表す。また、 $\mathbf{Q}_v$ 、 $\mathbf{Q}_{\text{dam}}$  は式 (6) の粘性および損傷の項により得られる内力ベクトルであり、 $\mathbf{Q}_{f,G}$ 、 $\mathbf{Q}_{m,G}$  はマクロひずみ増分  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G$  により生じる内力ベクトルである。

これらの式において、周期セルモデルへの負荷を与えるグローバルひずみ増分  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_G$  には、3・1 節の巨視的有限要素解析で得られた初期き裂発生位置のひずみ履歴が与えられる。これにより、試験片全体の非線形挙動を反映した初期き裂発生予測が可能となる。

Fig. 2 に T700G/2511 の場合におけるマルチスケール解析より得られた破断ひずみと実験結果の比較を示す。図において丸印が解析結果を表し、黒塗りのプロットがマルチスケール解析より得られた初期き裂発生ひずみを、白抜きプロットが実験値により補正した解析結果を表す。マルチスケール解析より得られた初期き裂発生ひずみは、実験結果とよく一致した。巨視的解析で排除したタブの効果を反映するため、実験で得られた破断時のひずみ比を用いて解析結果を補正した場合、ひずみ比が大きい  $15^\circ$ 、 $20^\circ$  off-axis 試験では予測が実験を下回った。タブ近傍のひずみは破壊が起きる以前のものであり、破壊時には接着剤層における塑性変形やはく離による変位拘束の緩和が生じていることが予想され、このため、実験値を下回ったと考えられる。また  $30^\circ$  off-axis 試験では予測が実験を上回った。しかしながら、T800S/3900-2B の斜向タブを用いた場合では  $30^\circ$  off-axis 試験が最大の破断ひずみを示し、予測と一致する。このタブ形状による結果の違いについては更なる検討が必要である。

Fig. 3 に T800S/3900-2B の場合におけるマルチスケール解析より得られた破断ひずみと実験結果の比較を示す。マルチスケール解析より得られた破断ひずみは、斜向タブを用いた場合の実験結果とよく一致した。この一致は斜向タブを利用することでタブ近傍での特異性を取り除くことが出来ることを示しており、解析との比較に適した試験法であるといえる。

#### 4 結 言

本研究では、off-axis 試験における破断ひずみについて、均質材を仮定した巨視的解析と、繊維・樹脂スケールの微視的解析を組み合わせたマルチスケールモデリングにより議論した。またタブによる変位拘束の影響について実験的に検証を行った。斜向タブを利用した実験を行ったところ、タブ近傍での特異性が取り除かれることが明らかとなった。解析から得られた初期き裂発生ひずみを実験での破断ひずみと比較した結果、解析結果は実験値と良く一致した。

#### 参 考 文 献

- 1) Asp, L.E., Berglund, L.A. and Talreja, R., Composites Science and Technology, **56**, (1996), 1089.
- 2) Okabe, T., Nishikawa, M. and Toyoshima, H., International Journal of Solids and Structures, **48**, (2011), 2948.

- 3) Gurson, A.L., Journal of Engineering Materials and Technology, **99**, (1977), 2.
- 4) Tvergaard, V. and Needleman, A., Acta Metallurgica, **32**, (1984), 157.
- 5) 西川雅章, 東京大学博士論文, (2008).
- 6) Okabe, T., Imamura, H., Sato, Y., Higuchi, R., Koyanagi, J. and Talreja, R., Composites Part A, **68**, (2015), 81.
- 7) Sato, Y., Okabe, T., Higuchi, R. and Yoshioka, K., Advanced Composite Materials, **23**, (2014), 461.
- 8) Sun, C.T. and Chung, I., Composites, **24**, (1993), 619.
- 9) Yokozeki, T., Ogiwara, S., Yoshida, S. and Ogasawara, T., Composites Science and Technology, **67**, (2007), 111.
- 10) Sun, C.T. and Chen, J.L., Journal of Composite Materials, **23**, (1989), 1009.
- 11) 小林誠一, 富井大介, 志澤一之, 日本機械学会論文集 A 編, **70**, (2004), 810.
- 12) Matsuda, T., Ohno, N. and Tanaka, H., JSME International Journal Series A, **45**, (2002), 538.
- 13) Jeong, H.Y., International Journal of Solids and Structures, **39**, (2002), 1358.
- 14) Tvergaard, V. and Needleman, A., International Journal of Solids and Structures, **32**, (1995), 1063.
- 15) Pijaudier-Cabot, G. and Bazant, Z.P., Journal of Engineering Mechanics, **113**, (1987), 1512.