

OpenFOAM を用いた NACA0012 翼型まわりの準二次元解析

中谷 淳, 村澤 杏樹
岐阜工業高等専門学校

Quasi-2D Flow Analysis around NACA0012 Airfoil using OpenFOAM

by
Jun NAKAYA and Anju MURASAWA

ABSTRACT

In this study, the reliability of OpenFOAM has been confirmed through the incompressible fluid analysis around the NACA0012 airfoil and comparing the result of the analysis between Ladson's experiment and Gregory's experiment. Reynolds number of the flow field is $Re = 6.0 \times 10^6$ and dimension of the analysis flow field is quasi-two-dimensional flow and two-dimensional flow. "simpleFoam", Steady-state solver for incompressible turbulent flow based on the SIMPLE method, is selected as a solver, "Spalart-Allmaras model" is selected as a turbulence model. Free stream boundary conditions of the Spalart-Allmaras model utilized to OpenFOAM are work variables \tilde{v} and turbulent kinematic viscosity ν_t . Work variables are $\tilde{v} = 1/10\nu, 10\nu$ and 1000ν . Analysis mesh is generated by blockMesh and snappyHexMesh for the quasi-two-dimensional analysis, and blockMesh for the two-dimensional analysis. As a result of quasi-two-dimensional analysis, lift and drag coefficient curves are not match to the experiment and stall appears with small angle of attack. The reason is because there is no boundary layer mesh in the quasi-two-dimensional model. As the result of two-dimensional analysis, NACA's mesh and blockMesh get close value to the Ladson's experiment and Gregory's experiment. Especially, pressure coefficient calculated by blockMesh model is match to the experiment result.

1. はじめに

岐阜高専・航空宇宙流体力学研究室（以後、本研究室）では、将来型の宇宙輸送システムであるスペースプレーンの機体設計、および空力研究に有限体積法に基づく流体解析ツール OpenFOAM¹⁾を積極的に活用することを目指している。

OpenFOAM は ESI group が開発、公開しているオープンソースの流体解析ツールである。オープンソースであるが故に、市販の流体解析ソフトウェアではブラックボックスとなっていることが多い解析理論は付属の User Guide, およびソースコードを読むことで理解できるようになっている。さらに、OpenFOAM は無料であるにも関わらず、商用ソフトウェア並みの機能が搭載されており、最近では企業の製品開発においても利用が拡大している。このような理由から、オープン CAE 学会、およびその関係者らの主催で OpenFOAM の勉強会²⁾も開催されており、大学の研究者や企業の技術者などが多数参加している。

一方、航空宇宙分野における流体解析では、CFD の専門チームが開発したソフトウェア、或いは商用のソフトウェアが用いられることが多く、OpenFOAM を用いた解析事例はあまり見受けられない。このため、高精度な解が要求されるスペースプレーンの機体設計、および空力研究に OpenFOAM の活用を見出すためには流体力学的視点からの詳細な検討が必要である。

以上の背景を踏まえ、本研究では目下、非圧縮性流れに限定し、航空宇宙分野で OpenFOAM がどの程度有効に利用可能であるかを評価する。

本研究では、解析対象として 1900 年代前半から半ばに掛けて多くの研究が行われ、既に理論値や実験値が既知となっている NACA 翼型の中でも特に NACA0012 翼型を採用する。そして、OpenFOAM の信頼性を評価するために、NACA 等の研究機関が過去に実施した研究データを利用し、OpenFOAM で得られた解析結果と比較することで、OpenFOAM の解析結果がどの程度信頼できるのかを検討する。具体的に比較するパラメータとして、翼型の揚力係数、抗力係数、および圧力係数の 3 つのパラメータとする。また、解析する流れ場としては、準二次元の定常非圧縮性乱流場を基本としつつ、検証のため二次元の流れ場も併せて解析する。なお、本研究における準二次元とは、翼幅方向

は考慮するが、翼の三次元効果、すなわち翼端渦や誘導抗力は考慮しない流れ場を指す。

2. 解析環境

本研究では通常のパーソナルコンピュータ (PC/AT 互換機) レベルの計算機を用いて解析を進める。ハードウェア、およびソフトウェアの仕様を表 1 に示す。なお、本計算機では OpenMPI による並列計算環境が構築されており、CPU コア毎に 1 スレッドの計算が可能となっている。

表 1 解析環境

Hardware	
CPU	Intel Core i7-870 (4 コア, 2.93GHz)
Memory	16GB
Video Memory	1GB (ATI Radeon HD 5700 Series)
HDD	1TB
Software	
CFD	OpenFOAM-2.2.0
Mesher	blockMesh snappyHexMesh
Postprocessor	ParaView

3. 解析モデル

前述のとおり、本研究では解析対象として NACA0012 翼型を採用する。NACA 翼型の形状は下記の式で定義されている³⁾。

$$\pm y = \frac{t}{0.20} (0.29690\sqrt{x} - 0.12600x - 0.35160x^2 + 0.28430x^3 - 0.10150x^4) \dots (3.1)$$

ここで、 t は最大翼厚比 (NACA0012 の場合は $t = 0.12$)、 x ($0 \leq x \leq 1$)、 y はそれぞれ x 方向 (翼弦長方向)、 y 方向 (翼厚方向) の位置 (翼弦長に対する比) である。本研究では式(3.1)をもとに翼弦長 2m の NACA0012 翼型モデルを作成した。モデルの座標系は OpenFOAM の解析座標系に適合するよう、翼弦長方向を x 軸方向に、翼幅方向を z 軸方向にとつてある。なお、データフォーマットは OpenFOAM で取り扱いが可能である ASCII 形式の STL データであり、本モデルの三角数は 1688、点数は 846 である (図 1)。



図1 翼型モデルの外観

4. プリプロセス

4.1 解析における流れ場

本研究では、既往の解析・実験等との比較を踏まえ、流れ場のレイノルズ数は $Re = 6.0 \times 10^6$ とする。流体は空気とし、その物性値は国際標準大気（海面上）の値を用いる。すなわち、密度 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 、動粘性係数 $\nu = 1.4607 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ である⁴⁾。翼型の飛行速度、すなわち流速は、レイノルズの相似則に基づき $U_\infty = 43.821 \text{ m/s}$ とする。本流れ場においてマッハ数は $M_\infty = 0.13$ であり、厳密な非圧縮性の条件である $M_\infty < 0.14$ を満足している。よって、本解析の流れ場は非圧縮性流れとなる。

また、流れ場のレイノルズ数は $Re = 6.0 \times 10^6$ であり、Jeppe の論文⁵⁾によると平板における臨界レイノルズ数は $Re_{cr} = 2.8 \times 10^6$ 、完全に発達した乱流では $Re_t = 3.9 \times 10^6$ と報告されているため、本解析における翼型まわりの流れ場は乱流場と考えることができる。なお、翼型の迎角は $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 15^\circ, 16^\circ$ の7通りとする。

以上の条件から、本解析の流れ場は定常非圧縮乱流となるため、ソルバとしては OpenFOAM に標準装備されている SIMPLE 法に基づく simpleFoam を用いる。

4.2 乱流モデル

本解析における乱流モデルとして航空機の解析によく用いられている Spalart-Allmaras モデル（以後、SA モデル）⁶⁾ を利用する。ただし、OpenFOAM の非圧縮性ソルバ用に用意されている SA モデルは、Christopher らの論文⁷⁾に記述されている f_{v3} 項を有する型の SA モデルである。SA モデルの輸送方程式^{7), 8)}を以下に示す。なお、 f_{v3} 項に関連する式、およびパラメータ以外はすべて標準の SA モデルと同様である。

$$v_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \dots (4.1)$$

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot (\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu} + c_{b2} (\nabla \tilde{\nu})^2] - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \dots (4.2)$$

$$\tilde{S} = f_{v3} \Omega + \frac{\tilde{\nu} f_{v2}}{\kappa^2 d^2} \dots (4.3)$$

$$f_{v2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\chi}{c_{v2}}\right)^3} \dots (4.4)$$

$$f_{v3} = \frac{(1 + \chi f_{v1})(1 - f_{v2})}{\chi} \dots (4.5)$$

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r),$$

$$r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2} \dots (4.6)$$

$$c_{b1} = 0.1355, \sigma = 2/3, c_{b2} = 0.622, \kappa = 0.41,$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma},$$

$$c_{w2} = 0.3, c_{w3} = 2, c_{v1} = 7.1, c_{v2} = 5 \dots (4.7)$$

OpenFOAM で用いる SA モデルでは境界条件として渦動粘性に類似した作業変数 $\tilde{\nu}$ を定める必要がある。Spalart と Allmaras の論文⁶⁾、および他の資料⁹⁾によると、壁面では $\tilde{\nu} = 0$ 、自由流れでは動粘性係数の 1/10 以下とすることが望ましいと記述されている。しかしながら、自由流れにおける作業変数を動粘性係数の 1/10 以下に設定する根拠が判然としないため、本解析では前述の設定方法を含め作業変数の境界条件として $\tilde{\nu} = 1/10\nu$ 、 $\tilde{\nu} = 10\nu$ 、 $\tilde{\nu} = 1000\nu$ の3通りを与え、境界条件の違いが解析結果に与える影響を調査する。

4.3 壁関数

壁近傍における y^+ 、および u^+ の計算には、Spalding 則¹⁰⁾ を適用する。OpenFOAM における Spalding 則は以下の式で定義されている。

$$y^+ = u^+ + 0.1108 \left\{ e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2!} - \frac{(\kappa u^+)^3}{3!} \right\} \dots (4.8)$$

4.4 メッシュ生成

メッシュ生成には OpenFOAM に標準装備されている blockMesh と snappyHexMesh を併用する。blockMesh では、解析空間の形状と大きさ、および境界条件を設定する。この設定に基づいて解析空間に六面体の格子を生成する。snappyHexMesh では、blockMesh で生成した格子情報、および三次元形状のまわりのメッシュと品質等の設定情報をもとに三次元の解析対象、およびその近傍に非構造格子を生成する。

本研究では、解析環境を踏まえつつ、試行錯誤を経て図 2(a) に示す解析空間、およびメッシュを生成した。セル数は約 274 万である。図 2(b)、図 2(c) はそれぞれ翼前縁付近、翼後縁を拡大したものである。解析空間の大きさは x 軸方向に翼弦長の 18 倍、 y 軸方向に翼厚の 100 倍をとっている。なお、 z 軸方向は単位長さとしている。解析空間の境界条件として、図 2(a) の上下左右の境界面はすべて freeStream（遠方境界）、紙面の前後方向の境界面は symmetryPlane（対称境界）とした。また、壁面に近い領域は解析環境が許容する限りにおいて詳細なメッシュを生成した（図 2(b)）。

翼後縁の形状について、厳密な NACA0012 翼型の場合、図 3 に示す形状となる。一方、今回作成したメッシュの後縁形状は図 2(c) に示す通り、厳密な形状と比較して相違が生じた。

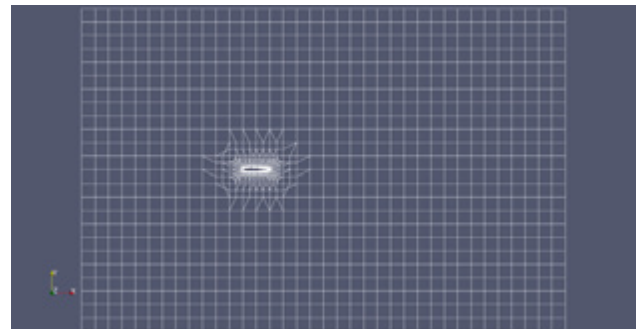


図2(a) 解析空間全体図

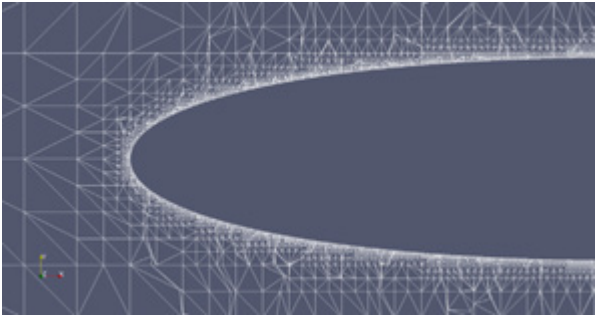


図 2(b) 翼前縁付近のメッシュ



図 2(c) 翼後縁のメッシュ

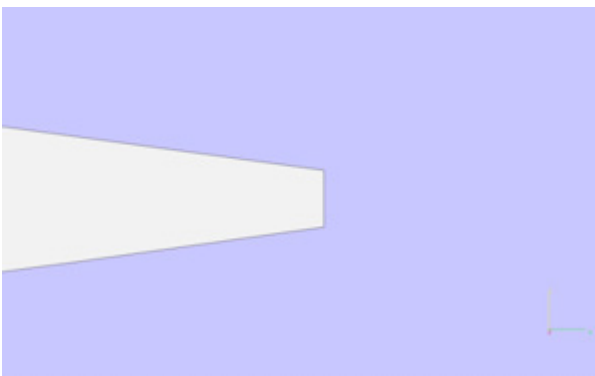


図 3 STL モデルにおける翼後縁

のケースでは実験と比較して小さな迎角で剥離が生じていることが分かる。

以上の結果から自由流れの境界条件 $\tilde{\nu} = 1/10\nu$, $\tilde{\nu} = 10\nu$, $\tilde{\nu} = 1000\nu$ のいずれの場合においても、迎角が小さいうちは実際の実験結果と同様の傾向を捉えているが、迎角が大きくなると実際の実験結果とは異なり、小さな迎角でも失速が現れた。

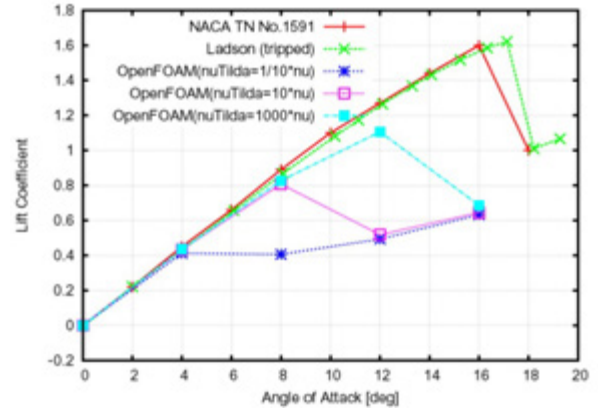


図 4(a) 揚力係数

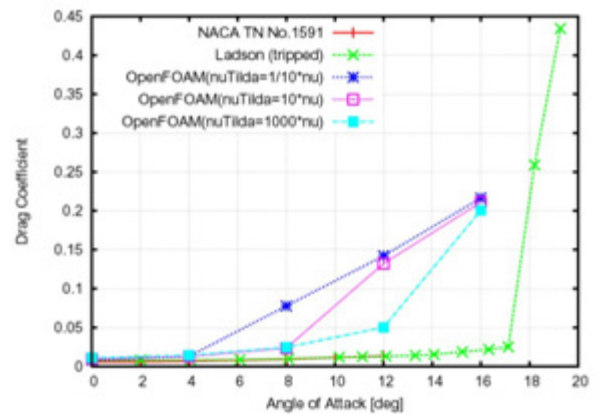


図 4(b) 抗力係数

5. 解析結果と考察

5. 1 揚力係数と抗力係数

OpenFOAM の解析で得られた揚力係数、抗力係数と文献^{11), 12)}に掲載されている揚力係数、抗力係数とを比較したものを図 4(a), (b)に示す。図に示す通り、迎角が小さい場合は、両者の傾向は比較的良く一致している。ただし、 $\tilde{\nu} = 1/10\nu$ の場合は迎角 $\alpha = 4^\circ$ を超えると、 $\tilde{\nu} = 10\nu$ の場合は迎角 $\alpha = 8^\circ$ を超えると、そして、 $\tilde{\nu} = 1000\nu$ の場合は迎角 $\alpha = 12^\circ$ を超えると両者の誤差が大きくなっているのが分かる。つまり、OpenFOAM で得られた結果は、自由流れの境界条件 $\tilde{\nu}$ に関わらず、実験で得られた結果に対し、小さな迎角で失速が現れている。この原因として、図 2(b)に示した翼前縁付近のメッシュでは、翼壁面近傍に十分な境界層メッシュが生成出来ていないことが考えられる。すなわち、境界層メッシュが生成できなかったため、翼上面の流れ場が本来の乱流境界層ではなく、層流境界層が形成されると考えられる¹³⁾。

また、実際に剥離が現れているかを確認するため、翼型まわりの流速分布を調査した。一例として $\tilde{\nu} = 1/10\nu$ 、迎角 $\alpha = 8^\circ$ における流速分布と流線を図 5(a), (b)に示す。図から分かる通り、翼上面の流速が非常に低くなっている領域が存在していることが分かる。特に、図 5(b)より上面に剥離による渦が形成されていることが分かる。よって、こ

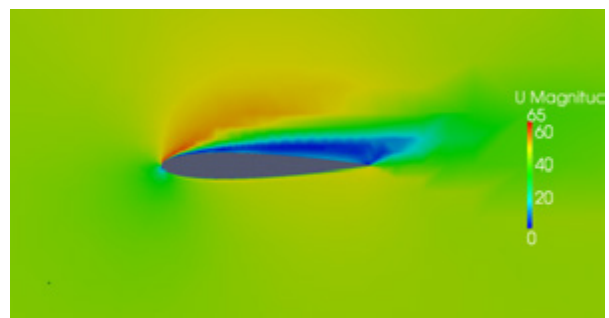


図 5(a) 翼型近傍の流速分布 ($\tilde{\nu} = 1/10\nu, \alpha = 8^\circ$)

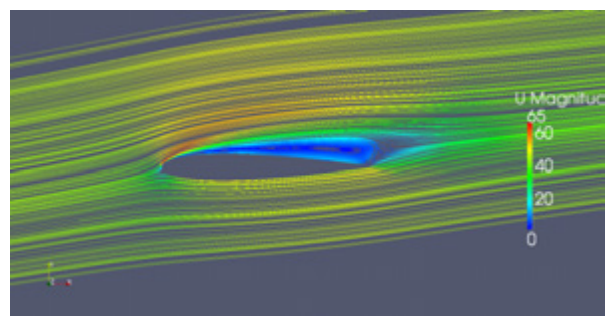


図 5(b) 翼型近傍の流線 ($\tilde{\nu} = 1/10\nu, \alpha = 8^\circ$)

5. 2 圧力係数

OpenFOAM の解析によって得られた圧力係数と文献¹⁴⁾,¹⁵⁾に掲載されている圧力係数とを比較したものを図 6(a), (b), (c) に示す. 迎角 $\alpha = 0^\circ$ の場合, 翼前縁, 翼弦長約 10%~60% の位置, そして翼後縁でその差がやや大きくなっていることが分かる (図 6(a)). 迎角 $\alpha = 10^\circ$ の場合, $\tilde{\nu} = 1/10\nu$ では既に剥離が生じているため, Ladson の結果とは一致しない. 一方, $\tilde{\nu} = 10\nu$, $\tilde{\nu} = 1000\nu$ では翼前縁, 翼後縁, そして翼上面では Ladson の結果に対して若干ずれが生じているものの, Ladson の結果と同様の傾向を捉えている (図 6(b)). 最後に迎角 $\alpha = 15^\circ$ の場合, 図 6 の結果よりいずれの $\tilde{\nu}$ においても剥離が生じているため, 特に翼上面の圧力係数は Ladson の結果とは一致しない (図 6(c)).

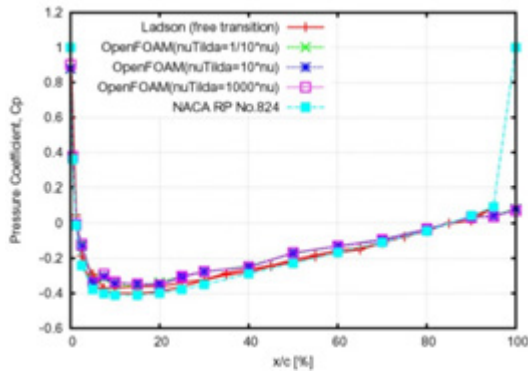


図 6(a) 圧力係数 ($\alpha = 0^\circ$)

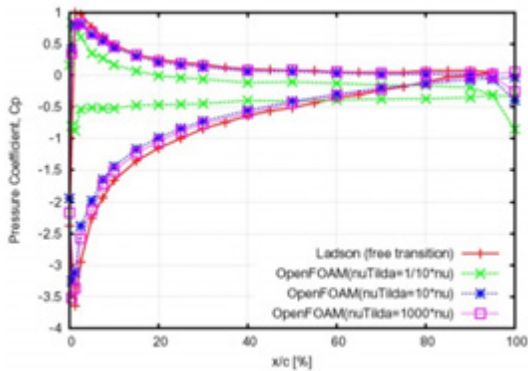


図 6(b) 圧力係数 ($\alpha = 10^\circ$)

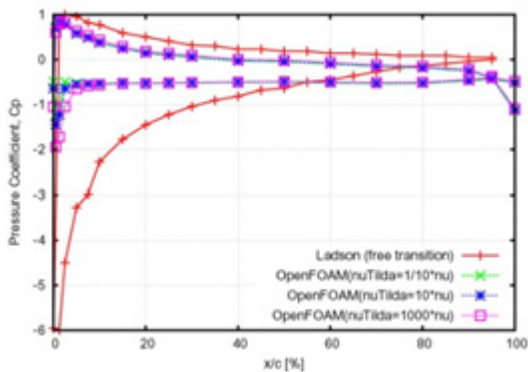


図 6(c) 圧力係数 ($\alpha = 15^\circ$)

6. 二次元解析

OpenFOAM で得られた解析解の確からしさを確認するため, メッシュとして blockMesh により作成されたメッシュ, および NASA が公開しているメッシュを用いた解析を追加で実施した. 解析では準二次元解析の条件を踏襲しつつも,

NASA の公開メッシュに合わせて一部の条件を適宜変更する.

6. 1 メッシュについて

blockMesh で生成したメッシュを図 7(a), (b) に NASA の公開メッシュを図 8(a), (b) に示す. NASA のメッシュにおいて, 翼型形状は式(6.1)で与えられており¹⁶⁾, 式(3.1)とは若干異なる.

$$y = \pm 0.594689181 [0.298222773\sqrt{x} - 0.127125232x - 0.357907906x^2 + 0.291984971x^3 - 0.105174696x^4] \dots (6.1)$$

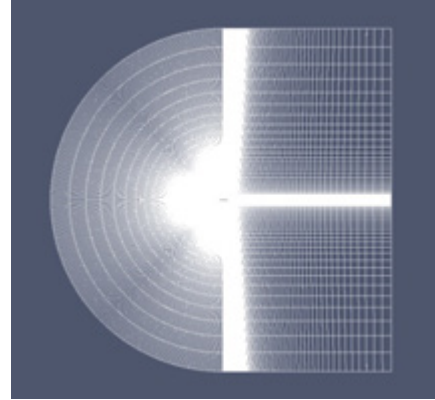


図 7(a) blockMesh で生成したメッシュ

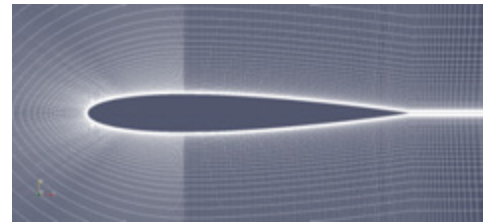


図 7(b) 翼型近傍の拡大図

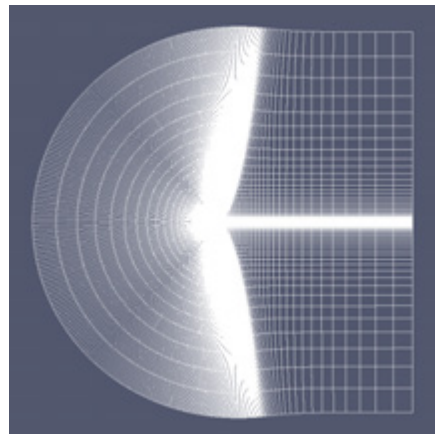


図 8(a) NASA の公開メッシュ

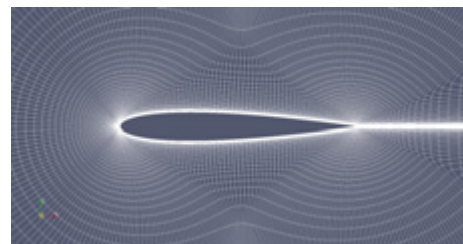


図 8(b) 翼型近傍の拡大図

6. 2 解析条件

解析条件, ソルバ, および乱流モデルは準二次元の解析条件と同様とするが, 迎角については $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 16^\circ$ の4通りとする. さらに, NASAの公開メッシュを用いた解析に対しては, レイノルズ数を $Re = 6.0 \times 10^6$, マッハ数を $M_\infty = 0.13$ に一致させるため, 空気の物性値として, 密度 $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$, および動粘性係数 $\nu = 7.3035 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ を用いる. 流速は blockMesh の解析と同様に $U_\infty = 43.821 \text{ m/s}$ とする. また, 乱流モデルの境界条件として, 作業変数は動粘度の1/10である $\tilde{\nu} = 7.3035 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, 渦動粘性係数は式(4.1)に基づき $\nu_t = 2.04059 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ とする.

6. 3 解析結果

6. 3. 1 揚力係数・抗力係数の比較

NASA が公開しているメッシュを用いて解析した揚力係数・抗力係数, および Ladson の実験による揚力係数・抗力係数をまとめたものを表 2(a), (b)に, プロットしたものを図 9(a), (b)に示す.

blockMesh, および NASA のメッシュの双方ともに一定の誤差が見られるが, 定性的には解析結果は実験結果と同様の傾向が見られる. なお, 揚力係数に関しては, blockMesh, および NASA のメッシュともに誤差は 100 カウント台となっている(表 2(a)). また, 抗力係数に関しては, blockMesh では 10~100 カウント台, NASA のメッシュでは 10 カウント以内に収まっている(表 2(b)).

6. 3. 2 圧力係数の比較

本解析より得られた迎角 $0^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ における翼上面, および下面の圧力係数, および Ladson, Gregory¹⁷⁾の実験による圧力係数をまとめたグラフをそれぞれ図 10(a)~(c)に示す. なお, Gregory の実験結果は上面のみである.

翼上面, および下面の圧力係数の傾向は blockMesh, そして NASA のメッシュともに定性的に実験結果に一致することが分かる. さらに, 翼上面, または下面における圧力係数のピーク値についても NASA のメッシュ, blockMesh

ともに実験結果の傾向を捉えていることが分かる. よって, 圧力係数のピーク値の再現度は NASA のメッシュ, および blockMesh ともに同様であることが分かった.

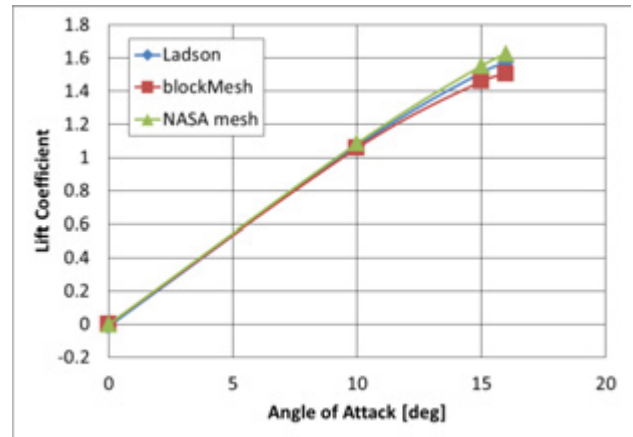


図 9(a) 揚力係数

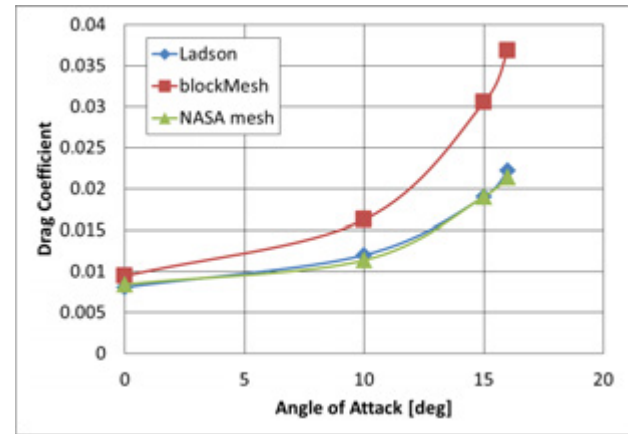


図 9(b) 抗力係数

表 2(a) 揚力係数

AoA	Ladson	blockMesh	Count Err.	NASA Mesh	Count Err.
0	-0.0126	-5.84E-06	125.94	7.19E-05	126.72
10	1.0707	1.0575	-132	1.085784	150.84
15	1.5129	1.45991	-529.9	1.553371	404.71
16	1.5739	1.5037	-702	1.626508	526.08

表 2(b) 抗力係数

AoA	Ladson	blockMesh	Count Err.	NASA Mesh	Count Err.
0	0.00809	0.00946558	13.7558	0.008448186	3.58186
10	0.01201	0.0162495	42.395	0.01138715	-6.2285
15	0.019	0.0305201	115.201	0.01902206	0.2206
16	0.02218	0.0368135	146.335	0.02138539	-7.9461

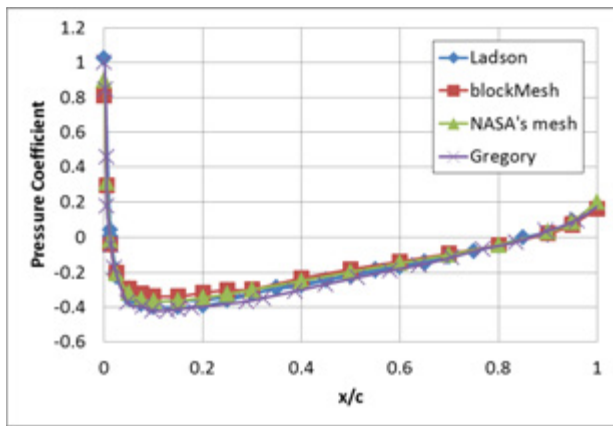


図 10(a) 圧力係数 (AoA = 0 deg)

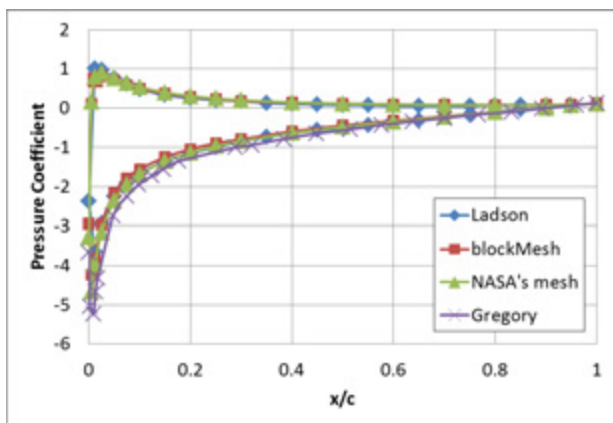


図 10(b) 圧力係数 (AoA = 10 deg)

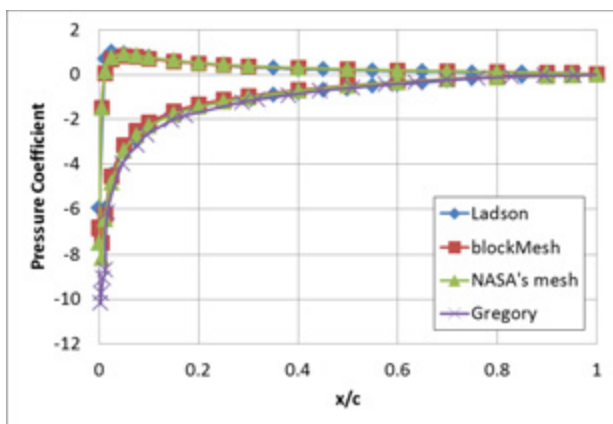


図 10(c) 圧力係数 (AoA = 15 deg)

7. おわりに

本研究では航空宇宙分野の空力研究に OpenFOAM を活用するため、流れ場を準二次元定常非圧縮乱流場、解析対象を NACA0012 翼型として、OpenFOAM の解析結果と既往の実験結果との比較を通じて、OpenFOAM の信頼性を検証した。 $Re = 6.0 \times 10^6$ の流れ場において、ソルバとして simpleFoam、乱流モデルとして Spalart-Allmaras モデル（境界条件： $\tilde{\nu} = 1/10\nu$ 、 $\tilde{\nu} = 10\nu$ 、 $\tilde{\nu} = 1000\nu$ ）を利用して解析した結果、以下の知見を得た。

- 迎角が小さい場合、揚力曲線と抗力曲線は既往の実験結果に近い傾向が得られたが、迎角が大きい場合は実験の失速角に達しない迎角で剥離を生じる。

- 翼表面に境界層レイヤが無い場合、乱流境界層ではなく、層流境界層のような振る舞いとなっていると推測される。
- 圧力係数に関しては迎角が小さい場合は、Ladson の実験結果に対して比較的良好に傾向を捉えている。また、blockMesh で生成したメッシュ、および NASA の公開メッシュを用いた二次元解析に対しては、
 - 揚力係数、および抗力係数の双方とも blockMesh で生成したメッシュと NASA のメッシュは定性的には実験結果と一致している。
 - 揚力係数については、blockMesh で生成したメッシュ、および NASA のメッシュともに 100 カウント台の誤差が生じている。
 - 抗力係数については、NASA のメッシュは 10 カウント以内、blockMesh については 10 カウント～150 カウントの誤差が生じることが分かった。
 - 圧力係数については、blockMesh、NASA のメッシュ、双方とも実験結果と定性的に一致していることが分かった。

参考文献

- 1) OpenFOAM: <http://openfoam.com/>
- 2) OpenCAE Users Wiki: <http://opencae.gifu-nct.ac.jp/pukiwiki/index.php?OpenCAE%20Users%20Wiki>
- 3) Eastman N. Jacobs, Kenneth E. Ward and Robert M. Pinkerton, "The Characteristics of 78 Related Airfoil Sections from Tests in the Variable-Density Wind Tunnel", NACA Report No. 460, 1935.
- 4) 室津義定編著, 「航空宇宙工学入門」, 森北出版, 1998.
- 5) Jeppe Johansen, "Prediction of Laminar/Turbulent Transition in Airfoil Flows", Risø-R-987, 1977.
- 6) P. R. Spalart, S. R. Allmaras, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper 92-0439, 1992.
- 7) Christopher L. Rumsey, et al., "CFD Sensitivity Analysis of a Modern Civil Transport Near Buffet-Onset Conditions", NASA/TM-2001-211263, 2001.
- 8) Spalart-Allmaras Model: <http://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html#sa>
- 9) 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徹, 「乱流の数値流体力学モデルと計算法」, 東京大学出版会, 1998, pp.435-436.
- 10) D. B. Spalding, "A Single formula for the "Law of the Wall", Journal of Applied Mechanics, 1961, pp.455-458.
- 11) Laurence K. Loftin, Jr., and Kenneth S. Cohen, "Aerodynamic Characteristics of a Number of Modified NACA Four-Digit-series Airfoil sections", NACA TN No.1591, 1948, p.31.
- 12) Ladson, C. L., "Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section," NASA TM 4074, 1988.
- 13) 田村善昭, "CFD 解析のコツ -問題、原因と対策-", ターボ機械 第 32 巻第 5 号, 2004, pp.257-262.
- 14) Ira H. Abbott, Albert E. von Doenhoff, and Louis S. Stivers, Jr., "Summary of Airfoil Data", NACA RP No.824, 1945, p.71.
- 15) Ladson, C. L., Hill, A. S., and Johnson, Jr., W. G., "Pressure Distributions from High Reynolds Number Transonic Tests of an NACA 0012 Airfoil in the Langley 0.3-Meter Transonic Cryogenic Tunnel", NASA TM 100526, 1987.
- 16) 2D NACA0012 Airfoil Validation Case: http://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val.html
- 17) Gregory, N. and O'Reilly, C. L., "Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Sections, including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulation Hoar Frost," NASA R&M 3726, 1970.